

# MODELO DE EXPLOTACIÓN ÓPTIMA DE LA TIERRA PARA USO AGRÍCOLA

Leonardo Javier Caraballo<sup>1</sup>

Recibido: 24-09-2002

Aceptado: 22-11-2002

## RESUMEN

El presente trabajo pretende establecer los lineamientos generales para la resolución y análisis de un modelo económico de extracción óptima de los recursos ambientales, ejemplificado para el caso del recurso suelo. Con este fin se emplean los postulados de la Teoría del Control Óptimo y de la Economía de los Recursos naturales, intentando encontrar las relaciones entre la erosión del suelo, la pérdida de la fertilidad y la productividad agrícola. La formulación realizada permite determinar los niveles óptimos de producción mediante la resolución del problema del valor presente de los retornos netos económicos de los productores en un horizonte de tiempo finito, considerando el valor final de la tierra.

Palabras clave: recursos naturales, utilización de recursos, control óptimo, suelos, agricultura.

## ABSTRACT

The present work attempts to establish general guidelines for resolving and analyzing an optimum extraction economic model for environmental resources, exemplified in the case of soils. To this end, the postulates of Optimum Control Theory and of Natural Resource Economy, were employed in order to attempt to find the relationship between soil erosion and the loss of fertility and agricultural productivity. The formulation carried out permits determining optimum levels of production through solving the problem of present value on net economic returns for producers on a finite time line, considering the end value of the soil.

Key words: Natural Resources, exploitation, optimum control, soils, agriculture.

## RÉSUMÉ

Cet article vise à établir les linéaments généraux d'un modèle économique qui a été conçu dans le but de favoriser la résolution et l'analyse de problèmes associés à l'utilisation optimale des ressources environnementales. Ce modèle est vérifié à l'aide à un exemple particulier : le cas de la ressource sol. Pour ce faire nous employons les postulats de la Théorie du Control Optimal et de l'Économie des Ressources Naturelles. L'intention du modèle est d'y trouver des relations entre l'érosion du sol, la perte de fertilité et la productivité agricole. Le modèle formulé sert aux fins de déterminer les niveaux optimaux de la production par le biais de la résolution du problème de la valeur actuelle du retour économique net aux producteurs, dans un de temps finit, et en considérant la valeur finale de la terre.

Mots-clés : ressources naturelles, utilisation de ressources, contrôle optimal, sol, agriculture.

---

<sup>1</sup> Economista (Universidad de Los Andes, ULA, Mérida, Venezuela). Especialista en Evaluación y Formulación de Proyectos Agroindustriales (Convenio IFAIN-Países Bajos-Corporación Financiera del Ecuador). M. Sc. en Economía del Medio Ambiente y de los Recursos Naturales (Universidad de Los Andes, Bogotá, Colombia). Profesor e investigador del Centro de Estudios de Fronteras e Integración (CEFI) de la Universidad de Los Andes (Núcleo del Táchira). Dirección postal: CEFI. Universidad de Los Andes. Av. Universidad, barrio Santa Cecilia, Paramillo; San Cristóbal, Edo. Táchira, Venezuela; e-mail: caraleo@cantv.net

## 1. INTRODUCCIÓN

Con el paso de los años la población humana se enfrentará a una mayor escasez de recursos naturales. Esto sucederá como consecuencia de la mala utilización, de la sobreexplotación, de la contaminación de los recursos ambientales y de la falta de educación, conciencia y comprensión de la problemática ambiental.

El medio ambiente provee de recursos naturales renovables<sup>2</sup> y no renovables<sup>3</sup> a los cuales se les debe dar un uso racional. Los recursos no renovables tienen un *stock* límite para ser explotados. Por lo tanto se les debe explotar a una tasa óptima de extracción para garantizar así un período máximo de utilización, de acuerdo con las características que posea el recurso. En cambio, los recursos renovables deben ser extraídos a una tasa que permita la recarga del sistema para no agotarlo rápidamente.

Para plantear un modelo de economía de recursos naturales se definirá al recurso suelo (o mejor, la tierra)<sup>4</sup> como un recurso natural renovable, que sometido a un uso inadecuado puede alcanzar un punto donde la tasa de explotación sea mayor que la tasa de recuperación. Esto hace que no pueda soportar el ritmo de explotación, ocasionando que el uso que se le dé, por ejemplo para la actividad agrícola, deteriore sus propiedades físicas y bioquímicas. Además, las prácticas agrícolas inadecuadas (tales como el uso de pesticidas y agroquímicos en forma no controlada) y las técnicas de producción usadas (como el manejo de los suelos) ayudan a desestabilizar los suelos.

Es esencial destacar que los suelos no sólo sirven para la actividad agrícola, sino que además en ellos se realizan diferentes actividades económicas, sociales y ambientales, las cuales son vitales para la producción de oxígeno, para servir de hábitat de las aves, para la protección de los recursos hídricos, para la recreación y forman parte del paisaje que deleita la vista del hombre, entre otras.

Una vez conocidos los términos de la problemática a estudiar, a continuación se planteará la forma en la cual se debería abordar el tema del análisis económico de con-

2 Los recursos vivos como la pesca y los bosques son considerados generalmente como renovables. Estos se desarrollan con el paso del tiempo de acuerdo con los procesos biológicos. Algunos recursos no vivos también son renovables: el ejemplo clásico lo constituye la energía solar que llega a la tierra (Field, 1998).

3 Los recursos no renovables son aquellos para los cuales no existen procesos de reabastecimiento. Una vez utilizados desaparecen para siempre (Field, 1998).

4 Al nivel de la superficie y en contacto con el aire y el agua, se encuentra la corteza terrestre, que es la capa existente entre la superficie y los primeros 40 kilómetros de profundidad, formada por rocas silíceas y de escasa densidad. Es la parte que más interesa de la tierra sólida porque es la que tiene una relación más directa y frecuente con los sistemas de la geosfera y la biosfera (Anglada, 1997).

servación de suelos a través del uso de la Teoría del Control Óptimo y de la Economía de Recursos Naturales, tratando de encontrar las relaciones entre la erosión del suelo, la pérdida de la fertilidad y la productividad agrícola (que constituyen los objetivos de este artículo).

## 2. MARCO TEÓRICO

Para la proposición del modelo económico de extracción óptima del recurso suelo, que equivale en términos físicos a la "Utilización Óptima" de la tierra agrícola, se utilizará fundamentalmente la teoría del control óptimo. Dicha formulación permitirá determinar los niveles óptimos de producción mediante la resolución del problema del valor presente de los retornos netos económicos de los productores en un horizonte de tiempo finito, considerando el valor final de la tierra.

La teoría del control óptimo se basa en el principio de Pontryagin o Principio del Máximo. Este principio proporciona las condiciones necesarias que debe satisfacer la estrategia de control óptimo. Las condiciones necesarias de primer orden proporcionan la solución óptima, suponiendo que  $f'(x) = 0$ <sup>5</sup>.

Supóngase el siguiente modelo generalizado para explicar estos problemas:  $X(t)$  es el volumen de producción del recurso (en el caso del suelo, representa la producción de un cultivo) en el momento  $t$ ; el crecimiento de  $X$  sigue la ecuación diferencial de la forma:

$$\frac{\partial X}{\partial t} = a(t)F(X)$$

$$X(0) = 0$$

Donde  $a(t)$  es una función decreciente positiva y  $F(x)$  es una función cóncavo positiva de  $X$  (lo que demuestra que el crecimiento del volumen de producción depende de la densidad del cultivo).

El plan de uso del recurso se prevé a lo largo de un período  $T$ , y el ingreso neto de la extracción del recurso será  $q(T)$  y  $q(t)$  es el valor unitario, descontando el costo de la extracción del recurso en el momento  $t$ . Además se supone que se pueden hacer extracciones selectivas a lo largo del período  $[0, T]$  y que el flujo de ingresos netos, en el caso de hacer la extracción selectiva a un ritmo  $h(t)$  (unidades por unidad de tiempo) en el momento  $t$ , está representado por  $p(t) \cdot h(t)$ , donde  $p(t)$  es el valor unitario del recurso extraído una vez deducidos sus costos. Se considera que la extracción selectiva resulta más cara que la extracción total entonces  $p(t) > q(t)$ .

5 Es decir, que la primera derivada parcial de la función objetivo  $f$  de  $x$  (del modelo de optimización) debe ser igual a cero.

La dinámica de la explotación del recurso será:

$$\frac{\partial X}{\partial t} = a(t)F(X) - h(t)$$

$$X(0) = X_0$$

Para determinar la secuencia de extracciones selectivas que maximicen el valor actual de los ingresos se debe buscar maximizar:

$$\int_0^T e^{-dt} p(t)h(t)dt + e^{-dT} q(T)X(T)$$

sujeto a la restricción dinámica:

$$\frac{\partial X}{\partial t} = a(t)F(X) - h(t)$$

$$X(0) = X_0$$

Para resolver este problema se debe tener presente el Principio del Máximo de Pontryagin. Considérese el siguiente problema:

$$\text{Max} \int_0^T g(t, X(t), u(t))dt + G(T, X(T))$$

sujeto a:

$$\frac{\partial X}{\partial t} = f(t, X(t), u(t))$$

$$X(0) = 0$$

$$u(t) \in U$$

Donde  $u$  representa la variable control y  $U$  su dominio de admisibilidad.

Para el problema de control óptimo se debe plantear un Hamiltoniano de valor presente:

$$H = H(t, u(t), X(t), I(t)) = g(t, X, u) + I(t)f(t, X, u)$$

Donde  $I(t)$  es la variable adjunta que satisface que

$$\frac{\partial I}{\partial t} = -\frac{\partial H}{\partial X} = -\left(\frac{\partial g}{\partial X} + I \frac{\partial f}{\partial X}\right)$$

Con la condición de transversalidad

$$I(T) = \frac{\partial G}{\partial X_T}$$

Al resolver el problema se debe encontrar  $u^*(t)$  que maximiza  $H$  sobre  $U$  para todo  $t \in [0, T]$ .

Además de las condiciones matemáticas que se relacionan con la resolución de este problema, es necesario conocer un poco sobre la problemática que afecta el desempeño de los suelos. Se ha planteado por los expertos que uno de los procesos que deteriora la calidad de los suelos es la erosión<sup>6</sup>, que produce impactos importantes sobre las propiedades físicas y bioquímicas del suelo. Se consideran que son muchas las causas que producen el proceso erosivo, entre ellas se pueden mencionar las citadas por Anglada (1997):

“El cambio de uso de la tierra y, en especial, la excesiva intensificación de los cultivos, empobrece el suelo al desproveerlo de parte de estas bacterias que desempeñan un papel esencial en el ciclo. Los seres humanos hemos tratado de compensar esta pérdida de fijación biológica con formas artificiales y químicas de fijación del nitrógeno (intentando reproducir en el laboratorio la acción de estos microorganismos).

El empleo de fertilizantes nitrogenados es el mayor responsable de las emisiones, de origen humano, de óxido de nitrógeno a la atmósfera. En efecto, se ha calculado que contribuye con el 37,5% de estas emisiones”.

### 3. EL MODELO PROPUESTO

Para el planteamiento y resolución del problema de control óptimo se siguen recomendaciones de Guerra (1996), en los términos siguientes:

“El modelo planteado se sustenta en los trabajos de Burt (1981), McConnell (1983), y Baquero (1982). El modelo considera la relación entre la profundidad y la fertilidad del suelo, como variables de estado, que son afectadas por la erosión mecánica, donde la fertilidad, expresa la calidad del suelo, en términos de la disponibilidad de fósforo, como una variable estrechamente relacionada con la profundidad y determinante de la productividad (producción de trigo). Además, se supone que la productividad (biomasa en toneladas/hectárea/año) aumenta con mejoras en la calidad del suelo (disponibilidad de fósforo en partículas por millón) y disminuye con las pérdidas del suelo (centímetros por año). Mientras que, la rotación de cultivos tiende a mejorar la calidad del suelo y contribu-

<sup>6</sup> La erosión consiste en el desgaste producido por el roce o agentes atmosféricos (Diccionario del Vocabulario del Idioma Vivo, 1998).

yen con la reducción de las pérdidas de suelo (profundidad). Este supuesto trata de capturar el problema dinámico de la actividad agrícola sobre el deterioro del suelo” (Guerra, 1998).

El proceso metodológico seguido para el planteamiento del problema de control óptimo requiere de los siguientes pasos:

1. Construir una función de producción para un bien agrícola; supóngase la siguiente:

$$Q = F(Pe, Fo, In)$$

Esta función sigue las condiciones supuestas en el modelo de los trabajos de Burt, McConnell y Baquero (citados por Guerra, 1996).  $Q$  es el nivel de producción del bien agrícola que depende de  $Pe$  o profundidad del suelo, de  $Fo$  (el nivel de fósforo en el suelo) y de  $In$  (que representa la cantidad de insumos usados).

2. Construir una función de evolución de la profundidad del suelo:

$$Pe_{t-1} - Pe_t = \mathbf{a} - L(Pe, Fo, In)$$

3. Construir una función de evolución de la disponibilidad de fósforo:

$$Fo_{t-1} - Fo_t = \mathbf{b} - \mathbf{d} - S(Pe, Fo, In)$$

donde  $\mathbf{a}$  y  $\mathbf{b}$  representan las tasas de regeneración natural de la profundidad y la disponibilidad de fósforo en el suelo;  $\mathbf{d}$  es la tasa de fertilización;  $L$  es la pérdida de suelo y  $S$  es la pérdida de fósforo.

A partir de estas consideraciones, el problema a solucionar es el siguiente:

$$\text{Max}_Q : \sum_{t=0}^T \frac{[PQ - CQ]}{(1+r)^t} + \frac{R[Y(T)(X(T))]}{(1+r)^T}$$

Sujeto a

$$Pe_{t-1} - Pe_t = \mathbf{a} - L(Pe, Fo, In)$$

$$Fo_{t-1} - Fo_t = \mathbf{b} - \mathbf{d} - S(Pe, Fo, In)$$

$$X(0) = X_0$$

$$In(0) = In_0$$

Con  $X_T$  y  $In_T$  Libres,  $T$  dado.

A continuación, siguiendo con el procedimiento del principio de máximo, se debe plantear un Hamiltoniano de valor corriente:

$$H = PQ_t CQ_t + I_t^1(\mathbf{a} - L(Q_t, Pe_t, In_t)) + I_t^2(\mathbf{b} + \mathbf{d} - S(Q_t, Pe_t, In_t))$$

Al solucionar el problema aplicando el principio del máximo, la senda óptima para  $Q$ ,  $Pe$ ,  $In$ ,  $I_t^1$ ,  $I_t^2$  debe satisfacer las condiciones de primer orden:

$$1. \quad \frac{\partial H}{\partial Q} = 0$$

$$2. \quad -\frac{\partial H}{\partial Pe} + rI_t^1 = I_t^1 - I_{t-1}^1$$

$$3. \quad -\frac{\partial H}{\partial In} + rI_t^2 = I_t^2 - I_{t-1}^2$$

$$4. \quad Pe_{t-1} - Pe_t = \mathbf{a} - L(Pe, Fo, In)$$

$$5. \quad Fo_{t-1} - Fo_t = \mathbf{b} - \mathbf{d} - S(Pe, Fo, In)$$

$$6. \quad I(t) = \frac{\partial R[In(T)/\partial In(T)]}{dIn} + \frac{\partial R[Pe(T)/\partial Pe(T)]}{dPe}$$

La interpretación económica de estas condiciones permite establecer que<sup>7</sup>:

1. Las ganancias marginales deben ser iguales a los costos marginales de producción.

2. Esta es una condición de arbitraje, que refleja que las ganancias de extraer un centímetro adicional de profundidad de suelo a la tasa de oportunidad del mercado deben ser iguales a los beneficios marginales de no extraer unidades de profundidad del suelo.

3. Esta condición establece que las ganancias de la disminución en la calidad del suelo deben ser iguales a los beneficios marginales de no variar la calidad del suelo.

4. Refleja el cambio de un periodo a otro de la profundidad del suelo.

5. Muestra el cambio de un periodo a otro de la calidad del suelo.

6. Expresa el valor final de la tierra que depende de los cambios en la profundidad del suelo y de la fertilidad.

7 Basado en Guerra (1998).

El objetivo final será la determinación de un valor para la variable de decisión dependiendo de los valores que asuma la variable estado, para establecer una senda de extracción o uso del recurso a través del tiempo dado unos niveles iniciales de stock. La regla de decisión deberá maximizar el valor presente de los beneficios en un período de tiempo determinado.

La regla de decisión determinará entonces un valor para la variable de decisión, dependiendo de los valores de la variable de estado. De esta manera se obtiene una senda óptima a través del tiempo, dados unos niveles iniciales de stock. La regla de decisión deberá entonces maximizar el valor presente de los beneficios en un período de tiempo determinado.

Sin embargo, es importante destacar que el planteamiento de un modelo con este tipo de supuestos y características requiere de información confiable que permita calcular el valor de los beneficios ambientales que se generan. La recolección de la información y la confiabilidad en la información disponible constituyen uno de los principales problemas con los que el investigador se debe enfrentar en el desarrollo de una investigación de este tipo.

#### 4. A MANERA DE CONCLUSIÓN

Un modelo que plantee el manejo de un recurso natural en el tiempo debe tener presente que éstos tienen múltiples usos. Así por ejemplo la tierra, además de ser la base para la agricultura, tiene otros usos: los suelos sirven como hábitat de los animales y de los seres humanos.

El uso de la teoría del control óptimo en el planteamiento de políticas de manejo de recursos naturales juega un papel importante en la toma de decisiones, en la búsqueda de la maximización del valor presente de los beneficios netos del uso del recurso. Es necesario tener conocimiento de diversas técnicas de estimación de los modelos planteados, entre otras de las técnicas econométricas. Se requiere además de una base teórica que permita sustentar los modelos, así como de información confiable para su implementación empírica y verificación.

#### REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANGLADA, Manuel. 1997. *El cambio global en el medio ambiente. Introducción a sus causas humanas*. Bogotá: Alfaomega.

ARDILA, Sergio. 1992. *Soil conservation investment: a two optimal control problem*. Washington: Interamerican Development Bank. Protection Division of the Project Analysis Department.

AZQUETA, D.; FERREIRO, A. 1993. *Análisis económico y gestión de recursos naturales*. Bogotá: Alianza Economía.

CHIANG, A. 1992. *Elements of dynamic optimization*. Madrid: McGraw-Hill.

CONRAD, J. CLARK, C. 1987. *Natural resource economics: notes and problems*. England: Cambridge University Press.

DICCIONARIO DEL VOCABULARIO DEL IDIOMA VIVO. 1998. Bogotá: Editorial Norma.

FIELD, Barry. *Economía ambiental. Una introducción*. McGraw-Hill. 1998

GUERRA, Álvaro. 1998. *Análisis económico de la conservación de suelos agrícolas en el Piedemonte del Departamento de Nariño*. Bogotá: UNIANDES. (Trabajo de grado para optar al grado de magíster).