

Universidad de Los Andes  
Facultad de Ciencias Forestales y Ambientales  
Escuela de Ingeniería Forestal  
Departamento de Manejo de Bosques

*“Estimación y evaluación del volumen de un rodal de una  
plantación, utilizando Regresión Ponderada Geográfica e  
Índices de autocorrelación espacial en muestreos aleatorios  
iterativos en árboles individuales”*

**Trabajo de Investigación presentado ante la ilustre Universidad de Los Andes,  
como credencial de Mérito para optar al título de Ingeniero Forestal**

**Email: [luis.albarran.leal@gmail.com](mailto:luis.albarran.leal@gmail.com)**

**Por:** Br. Luis Eduardo Albarrán Lacruz.

**Tutor Académico:** Ing. Forestal Jesús Andrades.

Mérida, octubre 2013.

**UNIVERSIDAD DE LOS ANDES**  
**FACULTAD DE CIENCIAS FORESTALES Y AMBIENTALES**  
**MÉRIDA-VENEZUELA**

**VEREDICTO**

Quienes suscriben, miembros del Jurado designado por el CONSEJO DE LA ESCUELA DE INGENIERÍA FORESTAL de la FACULTAD DE CIENCIAS FORESTALES Y AMBIENTALES de la UNIVERSIDAD DE LOS ANDES, para conocer y evaluar el Trabajo de Grado Titulado “**ESTIMACIÓN Y EVALUACIÓN DEL VOLUMEN DE UN RODAL DE UNA PLANTACIÓN, UTILIZANDO REGRESIÓN PONDERADA GEOGRÁFICA E ÍNDICES DE AUTOCORRELACIÓN ESPACIAL EN MUESTREOS ALEATORIOS ITERATIVOS EN ÁRBOLES INDIVIDUALES**”, presentado por el Bachiller **LUIS EDUARDO ALBARRÁN LACRUZ**, Titular de la Cédula de Identidad No. **V-17.664.147**, como Credencial de Mérito para optar al Título de **INGENIERO FORESTAL**, realizada la exposición oral y respondida las preguntas de rigor, el Jurado impartió por unanimidad su **APROBACIÓN** con una calificación de **20 PUNTOS**, además de otorgarle **MENCIÓN PUBLICACIÓN**.

En Mérida, a los **once** días del mes de **octubre** del Año **Dos Mil Trece**.

**JURADO**

  
\_\_\_\_\_  
**Prof. Jesús E. Andrades G.**  
**Tutor-Coordador**



  
\_\_\_\_\_  
**Prof. Juan Y. López H.**

  
\_\_\_\_\_  
**Prof. Mariano J. Durán N.**

# AGRADECIMIENTOS

---

A Dios Todopoderoso, por iluminar mí camino de vida y universitario durante estos años que hoy conquistan una meta tras tantos largos pasos.

A la Universidad de Los Andes, por ser mí refugio académico y el de las ideas nuevas, que consiguen su esplendor y nacimiento al mundo, en esta casa de estudio autónoma que siempre vencerá las sombras.

A mi familia por siempre apoyarme, guiarme y estar allí continuamente en buenos y malos momentos.

A mis amigos de Facultad y de otros espacios, porque la amistad siempre nos hace crecer como personas.

A mi tutor académico, Jesús Andrades, por brindarme la confianza en esta investigación, sus conocimientos y la ayuda para este último paso; y al Profesor Juan López, por su colaboración con el único interés que inspira a un verdadero universitario, que es el de perseguir el conocimiento y la verdad.

**Luis Eduardo Alb.**

# DEDICATORIA

---

A mis padres, Gloria y Alcides, por siempre ser mí apoyo más grande.

A quien partió a esa incertidumbre que nuestra condición de humano no nos termina de explicar, para ti Belkis, en donde estés siempre serás uno de mis mejores recuerdos.

**Luis Eduardo Alb.**

## RESUMEN

---

El presente trabajo de investigación, tiene como objetivo incorporar la variable espacial a los muestreos forestales tradicionales para así optimizar las predicciones del volumen en plantaciones forestales con fines comerciales; también tiene como meta manifestar qué posible fundamento teórico de los mínimos cuadrados ordinarios (MCO) se puede estar violando, y mostrar la Regresión Ponderada Geográfica (GWR) como alternativa en aquellos casos donde los MCO no sean aplicables teóricamente. Se dispuso de un censo de un rodal de árboles de clones de *Eucalyptus urograndis* (4657 individuos); utilizando el software Rstudio se desarrolló un *script* que realiza 100 muestreos completamente aleatorizados al 5% (233 individuos), en cada uno de ellos se probó la hipótesis de aleatoriedad espacial utilizando el I de Moran como indicador de manifestación de la Autocorrelación Espacial (AE) para la variable volumen ( $p$ -valor < 5%), posteriormente para aquellos muestreos donde existiera AE significativa se aplicó la técnica GWR y para los que no cumplieran MCO teniendo como criterio de selección el AICc. Los resultados muestran que 75 muestreos poseen AE significativa y 25 no, adicionalmente los resultados totales muestran que la GWR tiene un sesgo del 0,19% del volumen total y los MCO 2%; en otro ámbito al realizar una predicción que no posee AE significativa los resultados muestran un mejor ajuste de la GWR sobre MCO. Se calculó el *Clusters* espacial utilizando la herramienta Anselin Local de Moran para las variables diámetro a la altura pecho, altura y volumen, donde es evidente la AE en grupos *Clusters* bien definidos. Por último, los resultados muestran la GWR como mejor método a tomar en cuenta en los muestreos forestales, con resultados satisfactorios que lo aventajan sobre los MCO, al tomar en cuenta la AE de los datos.

**Palabras Claves:** Autocorrelación Espacial o dependencia espacial, Muestreo Forestal, Mínimos Cuadrados Ordinarios, Regresión Ponderada Geográfica (GWR), Heterogeneidad Espacial, Clusters espaciales, Índice de Moran, Análisis estructural de la dependencia espacial, Criterio de Información de Akaike corregido (AICc) y Validación Cruzada.

## Tabla de Contenido

	<b>Página</b>
<b>CAPÍTULO I INTRODUCCIÓN</b>	
1.1 Justificación.....	1
1.2 Planteamiento del Problema.....	2
1.3 Hipótesis.....	3
1.4 Objetivos.....	3
1.4.1 Objetivo General.....	3
1.4.2 Objetivos Específicos.....	3
<b>CAPÍTULO II MARCO TEÓRICO</b>	
2.1 Generalidades del Muestreo por parcela en plantaciones.....	4
2.2 Tipos de Muestreo usados a nivel de Plantaciones Forestales.....	4
2.2.1 Muestreos No Probabilísticos.....	4
2.2.2 Muestreos Probabilísticos.....	4
2.2.2.1 Muestreo aleatorio simple (MAS).....	5
2.2.2.2 Muestreo estratificado.....	8
2.2.2.3 Muestreo sistemático con arranque aleatorio.....	10
2.3 Correlación.....	11
Clase de Correlaciones.....	11
2.4 Coeficiente de Correlación Lineal de Pearson.....	12
2.5 Datos Continuos y Categóricos en los Sistemas de Información Geográfica.....	13
2.5.1 Datos Discretos.....	13
2.5.2 Datos Continuos.....	13
2.6 Regresión Espacial.....	14
2.7 Efectos Espaciales.....	15
2.7.1 Heterogeneidad espacial.....	15
2.7.2 Autocorrelación espacial.....	15
2.8 La matriz de ponderación espacial.....	16
2.9 Índices de Autocorrelación Espacial.....	19
2.9.1 Índice de Moran Global (I) .....	19

2.9.2 Índice de Geary (C).....	21
2.10 Método de Mínimos Cuadrados Ordinarios.....	21
2.10.1 Supuestos de los Mínimos Cuadrados Ordinarios.....	22
2.11 Regresión Ponderada Geográfica (GWR).....	24
2.11.1 Matriz de Ponderación Espacial W (u) en el GWR.....	26
2.11.2 Kernel.....	28
2.11.3 Ancho de Banda (Bandwidthmethod) .....	30
2.11.4 El criterio de Información de Akaike Corregido (AICc).....	30
2.11.5 Validación Cruzada (CV).....	31
2.12 Antecedentes en otras ciencias.....	33
<b>CAPÍTULO III DESCRIPCIÓN DEL ÁREA DE ESTUDIO</b>	
3.1 Descripción del Área de estudio.....	35
<b>CAPÍTULO IV METODOLOGÍA</b>	
4.1 Metodología.....	37
<b>CAPÍTULO V RESULTADOS Y ANÁLISIS</b>	
5.1 Índice de Moran Global para las muestras.....	40
5.2 Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO).....	40
5.3 Regresiones Ponderadas Geográficas (GWR).....	41
5.4 Comparación entre la GWR y el MCO, en las variables AIC y R <sup>2</sup> .....	43
5.5 Comparación entre la GWR y el MCO, en muestreos con y sin AE.....	44
5.6 Índice de Moran Global para la población.....	46
5.7 Expresión gráficas del Índice Local de Moran - Anselin de la población (Cluster espacial).....	47
5.8 Cuadro comparativo de la predicción a nivel de la población con el último muestreo con AE, a través del método de GWR y por los MCO, con los valores del censo poblacional.....	50
5.9 Análisis de la Autocorrelación Espacial, la Escala y el Error Máximo Tolerable.....	51
5.10 Análisis estructural de la dependencia espacial con el último muestreo con AE (que clasificó para GWR, ver apéndice 2 N <sup>o</sup> : 75), para las 3 variables DAP, Altura y Volumen.....	52
5.11 Análisis del índice de Moran con el último muestreo con AE (que clasificó para	55

GWR, ver apéndice 2 N°: 75), para las 3 variables DAP, Altura y Volumen.....	
CAPÍTULO VI CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	57
CAPÍTULO VII BIBLIOGRAFÍA	61
LIBRERÍAS DEL PAQUETE ESTADÍSTICO R-STUDIO.....	65
APÉNDICES	

## Índice de Figuras y Gráficos

	<b>Página</b>
Figura: 1 Tipos de contigüidad o vecindad en la Autocorrelación Espacial.....	16
Figura: 2 Departamentos de la Provincia de Santa Cruz.....	17
Figura: 3 Gráficos de Homocedasticidad y Heterocedasticidad.....	23
Figura: 4 Kernel Gausiano de la GWR.....	27
Figura: 5 Kernel Fijo (Fixed).....	28
Figura: 6 Kernel Adaptativo.....	29
Figura: 7 Gráfico de la CV en la determinación del Ancho de Banda (No. Vecinos).....	32
Figura: 8 Esquema de Metodología.....	37
Figura 9: Expresión gráfica del ancho de banda de 19,82 m, en el último muestreo que clasifica para la GWR.....	42
Figura 10: Expresión gráfica del ancho de banda de 19,82 m, en el último muestreo que clasifica para la GWR, sobre la ubicación relativa completa de la población.....	43
Figura 11: Mapas de clusters espaciales en las variables DAP y Altura de la población censo.....	48
Figura 12: Mapa de clusters espacial del Volumen de la población censo.....	49
Figura 13: Comparación del error lineal del método por MCO y de la GWR, en comparación con el Error Máximo Tolerable (EMT).....	52
Figura 14: Semivariograma empírico y modelo Gaussiano ajustado, en las 3 variables DAP, Altura y Volumen calculados por Mínimos Cuadrados Ponderados (WLS).....	53
Figura 15: Gráfico del Índice de Moran para el muestreo con AE, en las variables DAP y Altura.....	55
Figura 16: Gráfico del Índice de Moran para el muestreo con AE, en la variable Volumen.....	56

## Índice de Tablas

	Página
Tabla 1 Matriz de Peso.....	18
Tabla 2 Matriz de Peso estandarizada.....	18
Tabla 3 Ejemplo de convertir los datos en un contexto espacial.....	38
Tabla 4: Número de muestreos con Autocorrelación Espacial (AE) significativa y sin AE, tanto positiva como negativa.....	40
Tabla 5: Valores promedio para los 25 muestreos por MCO.....	40
Tabla 6: Valores promedio, mínimo y máximo para los 75 muestreos por GWR.....	41
Tabla 7: Valores promedio comparativos de AIC, AICc y R <sup>2</sup> en los MCO y la GWR...	43
Tabla 8: Valores comparativos de AICc y R <sup>2</sup> en los casos con y sin Autocorrelación Espacial (AE) para MCO y GWR.....	45
Tabla 9: Índices de Moran Global (IM) para el censo poblacional en sus 3 variables...	46
Tabla 10: Cuadro comparativo del Índice de Moran Global, en función de la intensidad de muestreo (%), de la distancia promedio entre puntos y del comportamiento de la probabilidad de la autocorrelación espacial (AE).....	47
Tabla 11: Valores porcentuales (%) de los clusters espaciales para las 3 variables DAP, Altura y Volumen en función de los 4657 árboles del censo de la plantación.....	49
Tabla 12: Cuadro comparativo entre la predicción de la Regresión Ponderada Geográfica (GWR) y el método por Mínimo Cuadrado Ordinario (MCO), respecto a la población.....	50
Tabla 13: Cuadro de escala y resolución espacial.....	51
Tabla 14: Error en m <sup>3</sup> para el método de MCO y la GWR, en el total de las 4,8 ha, en metro lineales y por individuo del censo.....	51
Tabla 15: Cuadro del <i>Sill</i> y <i>Rango</i> ( <i>m</i> ) de los gráficos del semivariograma en las 3 variables DAP, Altura y Volumen.....	54

# CAPÍTULO I

## INTRODUCCIÓN

---

En el siguiente capítulo, se presentara la justificación del siguiente trabajo de investigación, el planteamiento del problema a nivel forestal y los objetivos planteados en la regresión ponderada geográfica como nueva modalidad de muestreo en plantaciones.

### 1.1 Justificación

En el campo forestal, los muestreos en las plantaciones juegan un papel fundamental para la estimación del volumen de madera existente, así como el crecimiento anual, por periodo de tiempo, de la fijación de carbono y en fin, del desarrollo de los individuos de la plantación.

Por ello, los muestreos forestales son de suma importancia y una aplicación correcta de estas herramientas estadísticas permitirían generar resultados acordes con la realidad existente dentro de una plantación; es por esto, que hasta la fecha en el país se han venido aplicando muestreos de área fija que solo atribuyen una determinada variable (llámese Volumen, diámetro a la pecho o altura) a un área determinada, siendo los árboles incluidos de forma homogénea dentro de un área determinada llamada parcela. Pero esto excluye el grado de influencia espacial entre los individuos.

Así, la variable espacial cobra un alto grado de importancia a la hora de estimar el volumen de un determinado lote, dado que con ella se podría optimizar los muestreos si esta se incluyera. Así también el beneficio de incluirla mejoraría los tratamientos silviculturales a aplicar, la ubicación de áreas óptimas y problemáticas, así como la caracterización de zonas potencialmente afectadas por patógenos.

Es por ello que el objetivo de este trabajo, es aplicar un Método de Estimación de Volumen a través de una Técnica que incluye el grado de agregación espacial (autocorrelación espacial) como es la Regresión Ponderada Geográfica (GWR) a muestreos aleatorios iterativos de árboles individuales dentro de un rodal.

## 1.2 Planteamiento del Problema

Actualmente, se ha venido estimando el volumen de cualquier lote de plantación a través de muestreos de parcela de área fija que solamente toman en cuenta el área que ocupa dicha parcela, siendo esta la única forma de atender a la variable espacial y extrapolándola hacia el contexto total de la zona.

Sin embargo, existen nuevas técnicas que basándose en la 1era Ley Geográfica de Tobler, la cual cita: *“que todo está relacionado con todo, pero las cosas próximas entre sí están más relacionadas que las distantes”* (Olaya, 2011). Con lo cual implicaría que se pueden aprovechar las propiedades espaciales, para aplicar un modelo de regresión que incorpore los patrones de organización espacial.

Con ello, hay más beneficios de usar la variable espacial, pero este estudio se va a concentrar en la aplicabilidad a los muestreos forestales, siendo esta técnica mucho más óptima y eficiente desde el punto de vista económico y logístico, ya que haciendo el muestreo por árbol, se estaría minimizando tiempo y dinero reemplazando los muestreos por parcela.

Vale señalar la tendencia de los métodos estadísticos y matemáticos que buscan la simplificación de los modelos con menos variables, sin embargo, la posibilidad de incorporar la variable espacial reside en el objetivo de optimizar el modelo predictivo de este estudio, en tanto que los muestreos de parcela y el hecho de ajustar una ecuación general para la plantación puede fallar en la función de predecir, por ello incorporar la variable espacial mejoraría las predicciones de volúmenes.

### **1.3 Hipótesis**

Es posible incorporar la variable espacial dentro de los métodos tradicionales de muestreo forestal.

### **1.4 Objetivos**

#### **1.4.1 Objetivo General**

Aplicar un Método de Estimación de Volumen, a través de la Técnica Regresión Ponderada Geográfica (GWR) en muestreos aleatorios de árboles individuales.

#### **1.4.2 Objetivos Específicos:**

- Evaluar los patrones de organización de los datos espaciales para cada uno de los muestreos en la variable dependiente (volumen) bajo el Índice de Moran; y a nivel de censo para la variable dependiente y las variables independientes (Diámetro a la altura de pecho y Altura).
- Emplear la técnica de Regresión Ponderada Geográfica (GWR) para la predicción del volumen como variable dependiente en muestreos con dependencia espacial significativa.
- Analizar el comportamiento de las regresiones ponderadas geográficas bajo el criterio de Información de Akaike corregido (AICc).

## CAPÍTULO II

### MARCO TEÓRICO

---

Este capítulo presenta la recolección de todo el marco teórico necesario para entender la Regresión Ponderada Geográfica (GWR) y su aplicabilidad en los rodales de plantaciones forestales.

#### 2.1 Generalidades del Muestreo por parcela en plantaciones

Normalmente, los parámetros medidos en las plantaciones para el cálculo del volumen por unidad de superficie (parcela) son los siguientes (Fuentes, 1964) (Duran, *et al.* s. f.):

- 1) Diámetro a la Altura Pecho (1,30 mts del suelo) de cada uno de los árboles dentro de la superficie muestreada.
- 2) Altura total y comercial o de fuste de los árboles.
- 3) Superficie del sitio de muestreo.

El volumen es obtenido a través de una fórmula de regresión adecuada a la especie forestal de la plantación, la cual se obtiene de muestras destructivas en campo al derribar árboles y medirle el volumen real, para después adecuar una ecuación de regresión lineal de la especie por el método de mínimos cuadrados ordinarios.

#### 2.2 Tipos de Muestreo usados a nivel de Plantaciones Forestales

A nivel estadístico, los tipos de muestreos se dividen en dos: **Los Muestreos probabilísticos y los Muestreos No probabilísticos** (Seijas Z, 1999).

**2.2.1 Muestreos No Probabilísticos**, son aquellos en los cuales no es posible determinar la probabilidad de extracción de los elementos de la población, al desconocerse la población total a la cual se desea predecir sus características.

**2.2.2 Muestreos Probabilísticos**, son aquellos métodos en los cuales se puede determinar la probabilidad de selección o extracción de cualquiera de cada una de los elementos de la población que sean muestras posibles, siendo todas estas probabilidades distintas de cero. Este conjunto de técnicas de muestreo es el más aconsejable, aunque en ocasiones no es posible optar

por él, debido a que algunos casos no es posible saber el número total de la población y mucho menos, la probabilidad de extracción de cualquier muestra.

Dentro de los Muestreos Probabilísticos, se encuentran los aplicados a nivel de plantaciones forestales, de cuales son empleados en la actualidad los siguientes:

### 2.2.2.1 Muestreo aleatorio simple (MAS)

El muestreo aleatorio simple puede ser de dos tipos:

- ✓ **Sin reposición de los elementos:** Cada elemento extraído se descarta para la subsiguiente extracción.
- ✓ **Con reposición de los elementos:** Las observaciones se realizan con reemplazamiento de los individuos, de forma que la población es idéntica en todas las extracciones, en este caso es el aplicado a nivel de plantaciones.

Para realizar este tipo de muestreo, y en determinadas situaciones, es muy útil la extracción de números aleatorios mediante ordenadores, calculadoras o tablas construidas al efecto, entre otros.

Consiste en seleccionar  $n$  elementos de una población de tamaño  $N$ , de modo que todas las muestras posibles de tamaño  $n$ , esto es  $(N/n)$ , tengan la misma probabilidad  $1/(N/n)$  de ser seleccionadas.

Según Seijas (1.999), las peculiaridades de este tipo de muestreo son las siguientes:

“Es el método más simple y sencillo, pero de poco uso como tal, ya que implica contar con un listado de todos los elementos del universo y esto hace muy costoso y en oportunidades imposible de realizar. Sin embargo, su estudio es de gran importancia en razón de:

- Es un diseño de fácil comprensión e interpretación y muchos de los conceptos básicos del muestreo pueden explicarse a través de él.
- Sus propiedades matemáticas son sencillas, así como también el cálculo de sus estadísticos en el proceso de estimación.

- En ocasiones sus estadísticos sirve de base para estimar, en forma aproximada, a otros que corresponden a diseños muestrales más complejos. Es decir, permite dar una idea de la precisión esperada de diseños más complejos que utilizan fórmulas complicadas”

Sus fórmulas usadas normalmente en el campo forestal son las siguientes (Duran, *et al.* s. f, Seijas Z, 1999 y Sánchez A, 1975):

Media muestral:

$$\hat{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$$

**Dónde:**

$y_i$  es la variable muestreada.

Varianza del estimador de la media:

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y})^2}{n - 1}$$

Desviación Estándar del estimador:

$$S = \sqrt{S^2}$$

Desviación Estándar de las medias:

$$S_{\hat{y}} = \sqrt{\frac{S^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$$

**Dónde:**

$N$  es el tamaño de la población total.

$n$  es el tamaño de la población a muestrear.

Error en unidades:

$$E (\text{unidades}) = \pm S_{\bar{y}} \cdot t (n - 1) \text{ gl}; P = 1 - \alpha$$

$$E \% = \frac{E}{\bar{y}} * 100$$

$$P = 1 - \alpha = 1 - 0,95 = 5 \cong 5\%$$

P = Probabilidad de error.

Coefficiente de variación:

$$CV \% = \frac{S}{\bar{y}} * 100$$

La estimación de n se realiza con la siguiente expresión matemática:

$$n = \frac{t^2 * CV\%^2}{E\%^2 + \frac{t^2 * CV\%^2}{N}}$$

Límites de confianza:

$$P (Li \leq \hat{y} \leq Ls) = 1 - \alpha$$

$$P [(\hat{y} - E) \leq \hat{y} \leq (\hat{y} + E)] = 1 - \alpha$$

**Dónde:**

**N** es el tamaño de la población total.

**n** es el tamaño de la población a muestrear.

**y** es la variable a muestrear que generalmente es el volumen en el sector forestal.

**gl** grados de libertad.

### 2.2.2.2 Muestreo estratificado

Consiste en la división previa de la población de estudio en grupos o clases que se suponen homogéneos internamente respecto a característica a estudiar, y heterogéneos entre los diferentes estratos, es decir, que la varianza de cada una de las partes tiende a cero y la varianza entre los estratos tiende a un número grande; de lograrse así, se tiene dividida la población en partes que bien pudieran llamarse estratos (Seijas Z, 1999).

Cada uno de estos estratos se les asignaría una cuota o peso, que determinaría el número de miembros del mismo que conformarán la muestra.

Generalmente, el tamaño de la muestra es determinado de acuerdo a una asignación proporcional, que determina de cada estrato una muestra proporcional al tamaño de la población; o una asignación óptima, que recogerá más individuos de aquellos estratos que tengan más variabilidad (Sánchez A, 1975).

Su preferencia como método de muestreo se centra en la idea de controlar el error de muestreo y dar mayor precisión a los estimadores que en el muestreo aleatorio simple (Seijas Z, 1999).

Sus fórmulas usadas normalmente en el campo forestal son las siguientes (Duran, *et al.* s. f, Seijas Z, 1999 y Sánchez A, 1975):

Media ( $\hat{y}$ ), varianza ( $S^2$ ) y desviación estándar del estimador ( $S$ ), igual al del MAS.

Desviación Estándar de las medias:

$$S_{\bar{y}} = \sqrt{\frac{S^2}{n_h} \left(1 - \frac{n_h}{N_h}\right)}$$

$$N_h = \text{Área del estrato} * FP$$

$$n_h = \text{No. Parcelas muestra levantadas por estrato}$$

Factor de Parcela:

$$FP = \frac{10.000 \text{ m}^2}{\text{Superficie la parcela (m}^2\text{)}}$$

$$Ph = \frac{n_h}{n}$$

$$\text{Superficie de los estratos} = Ph * \text{Superficie total de la población}$$

Los Errores en unidades y Límites de confianza (aplicados en el sector forestal), son exactamente igual al MAS por estrato.

Mientras que para los límites de confianza del total de la población, tenemos las siguientes expresiones matemáticas:

Desviación estándar de la población total estratificada:

$$S \bar{y}_{ST} = \sqrt{\sum_{n=1}^L (Ph^2 * S^2 \bar{y})}$$

Error en unidades para la población total estratificada:

$$E (\text{unidades}) = \pm S \bar{y}_{ST} . t (n - L) gl; P = 1 - \alpha$$

$$E \% = \frac{E}{\bar{y}} * 100$$

$$P = 1 - \alpha = 1 - 0,95 = 5 \cong 5\%$$

P = Probabilidad de error.

Límites de confianza para la población total estratificada:

$$P (L_i \leq \hat{y} \leq L_s) = 1 - \alpha$$

$$P [(\hat{y} - E) \leq \hat{y} \leq (\hat{y} + E)] = 1 - \alpha$$

**Dónde:**

**n** Total de muestras levantadas de la población sin estratificar.

**FP** es el factor de parcela.

**N<sub>h</sub>** total de parcelas existentes en la población.

**y<sub>i</sub>** es la variable a muestrear que generalmente es el volumen en el sector forestal.

**S<sup>2</sup>  $\bar{y}$**  es la varianza de las medias de cada estrato.

**L** es el número de estratos de la población.

**gl** grados de libertad.

### 2.2.2.3 Muestreo sistemático con arranque aleatorio

Se utiliza cuando el universo o población es de gran tamaño.

Consiste en numerar los elementos de la población en cualquier orden, dividirla en **n** partes de tamaño **K**, llamado intervalo de selección sistemática, y elegir un número al azar de cero a **K** que se designa el origen aleatorio **i** y de allí en adelante tomar los elementos que ocupen la posición **K** sucesiva. Es decir, que la distancia entre ellos es **K** elementos (Seijas Z, 1999).

Vale señalar, que el muestreo sistemático es preciso cuando las unidades que la componen son heterogéneas entre sí, y es impreciso cuando son homogéneas.

Este tipo de muestreo es preferido, por ser más económico al determinar en campo una equidistancia entre muestra y muestra (a nivel de plantaciones), o lo que también se conoce como salto de muestreo.

A nivel de plantaciones forestales, las expresiones matemáticas usadas para este tipo de muestreo son exactamente igual a las del MAS, con la única diferencia que las muestras serán seleccionadas cada K distancia con un arranque aleatorio (Duran, *et al.* s. f, Seijas Z, 1999 y Sánchez A, 1975).

### **2.3 Correlación**

La correlación es definida como la medida cuantitativa del grado de asociación entre dos o más variables, es decir, el grado de bondad de la manera cómo una ecuación puede explicar la relación entre las diferentes variables. Cuando todos los valores pueden expresar perfectamente en términos de una función matemática, se dice que las variables están perfectamente correlacionadas (Sánchez A, 1975 y Ortiz, 2004).

#### **Clase de Correlaciones:**

**Correlación Simple:** Es cuando una sola variable es explicada por otra.

**Correlación Múltiple:** Ocurre cuando la explicación de una correlación es a partir de 2 o más variables.

**Correlación Parcial:** Se da cuando en una correlación múltiple, se toma en cuenta menos variables en la ecuación, en ese caso se estaría tomando parcialmente la correlación de las variables.

Dentro de estos tipos de correlaciones, podemos subdividirlas en:

**Positivas,** cuando al aumentar una variable, también aumenta el resultado de la otra.

**Negativas,** cuando al aumentar una variable, la otra disminuye, lo que también se conoce como correlación inversa o negativa (Seijas Z, 1999 y Ortiz, 2004).

## 2.4 Coeficiente de Correlación Lineal de Pearson

El coeficiente de correlación lineal de Pearson, está pensado para variables cuantitativas de las cuales mide el grado de covariación entre distintas variables relacionadas linealmente. Lo que implica que se ajusta únicamente a aquellos fenómenos que tengan un comportamiento lineal.

Es de fácil interpretación y ejecución, sus valores absolutos van desde 0 a 1. Aunque en realidad sus valores van desde -1 hasta +1; representando el -1 aquellos casos donde la relación entre las variables es *perfecta negativa*, es decir que el aumento en una de las variables (variable independiente) se manifiesta en la otra (variable dependiente) en reducción de sus valores. Mientras que el +1 es una relación *perfecta positiva*, es decir que el aumento de la variable independiente se expresa en la variable dependiente de igual forma (Ovalles de Chacón *et al.*, 1996).

Así tenemos su expresión matemática de la siguiente manera:

$$-1 \leq R_{XY} \leq +1$$

Y su fórmula matemática de la siguiente manera:

$$R_{XY} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \frac{(X_i - \bar{\mu}_x)(Y_i - \bar{\mu}_y)}{\sigma_x \sigma_y}$$

### Dónde:

$\bar{\mu}_x$  es la media para los  $X_i$ .

$\bar{\mu}_y$  es la media para los  $Y_i$ .

$\sigma_y$  es la desviación estándar de los  $Y_i$ .

$\sigma_x$  es la desviación estándar de los  $X_i$ .

## **2.5 Datos Continuos y Categóricos en los Sistemas de Información Geográfica (SIG)**

En los SIG los valores asignados a las celdas de una superficie pueden representarse como datos enteros o continuos, como también las entidades y superficies en los SIG se pueden representar como datos discretos para las entidades, o continuos en el espacio para las superficies. Así tenemos entonces las diferentes combinaciones que pueden estar presentes espacialmente, teniendo:

### **2.5.1 Datos Discretos**

Los datos discretos, también conocidos como datos categóricos o discontinuos, representan principalmente objetos en los sistemas de almacenamiento de datos geográficos y de entidad. Un objeto discreto tiene límites conocidos y definibles. Es fácil definir con precisión dónde comienza y dónde termina el objeto. Así una malla de puntos será espacialmente discreta, aunque pueda albergar datos estadísticamente discretos o continuos; un ejemplo de ello es la malla de puntos de árboles levantados, la cual puede poseer datos continuos como su volumen, o discretos como su número de identificación en la plantación (ESRI 10.1; Help, s. f.).

### **2.5.2 Datos Continuos**

Los datos continuos espacialmente (o una superficie continua), son aquellos que pueden tener una matriz de celdas (o píxeles) organizadas en filas y columnas (o una cuadrícula) en la que cada celda contiene un valor que representa la información y espacialmente, esta información variara a partir de un punto fijo en el espacio o una fuente de emisión.

Vale señalar, que los datos continuos espacialmente estarán determinados por polígonos con límites definidos y pueden representar variables estadísticamente continuas o discretas. Así por ejemplo, un polígono de un lago podrá tener información discreta como su altitud, y también podrá poseer información continua como su evaporación y su variación a lo largo de su superficie (ESRI 10.1; Help, s. f.).

## 2.6 Regresión Espacial

Uno de los análisis más comunes y con mayor presencia en los SIG es el uso de regresiones (simples o múltiples), que expliquen el comportamiento de la variable dependiente de acuerdo a las variables explicativas.

Sin embargo, es habitual que se ajusten estadísticos (como la regresión lineal) en el contexto espacial sin tomar en cuenta cómo interactúan, con el supuesto de que las observaciones están de manera aleatoria entre sí y que la variable dependiente es constante independientemente de la localización en el espacio, afirmación que no es necesariamente correcta.

De allí, que puede ser posible que los errores tengan una distribución espacial no aleatoria y tal afirmación implica que la variación no forma parte del error, sino que al contrario puede estar explicada por efectos espaciales.

Así tenemos, que la ecuación de regresión lineal es una de las más habituales usadas para muchas regresiones, sin embargo no necesariamente se pueden ajustar sin tomar en cuenta las tendencias o efectos espaciales. Es allí donde nace la regresión ponderada geográfica (GWR, en sus siglas en inglés), que toma en cuenta la ubicación de los puntos estableciendo una matriz de ponderación espacial en función de los vecinos influyentes sobre un punto determinado, explicado más adelante (Olaya, 2011).

Así tenemos la representación numérica de la regresión lineal (también conocida como mínimos cuadrados ordinarios):

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + e_i$$

**Dónde:**

$Y_i$  = Variable respuesta o dependiente.

$X_i$  = Variable Independiente.

$e_i$  = Error.

$\beta_0$  y  $\beta_1$  son parámetros que han de calcularse, explicados como un ecuación lineal.

## **2.7 Efectos Espaciales**

### **2.7.1 Heterogeneidad espacial**

Indica la presencia de diferencias *sistemáticas* en la ocurrencia de un fenómeno en distintas regiones geográficas, de tal forma que este podría tener diferentes distribuciones (media, varianza u otros parámetros) en un subgrupo espacial de los datos o bien, simplemente cambiar con la ubicación de las unidades (Anselin, 1.992; citado por Sánchez, 2006). Lo cual fortaleza la idea que dentro de un estrato o subgrupo, cualquier evento o fenómeno puede variar gradual y sistemáticamente aun cuando aparenta una supuesta homogeneidad internamente en el estrato.

### **2.7.2 Autocorrelación espacial**

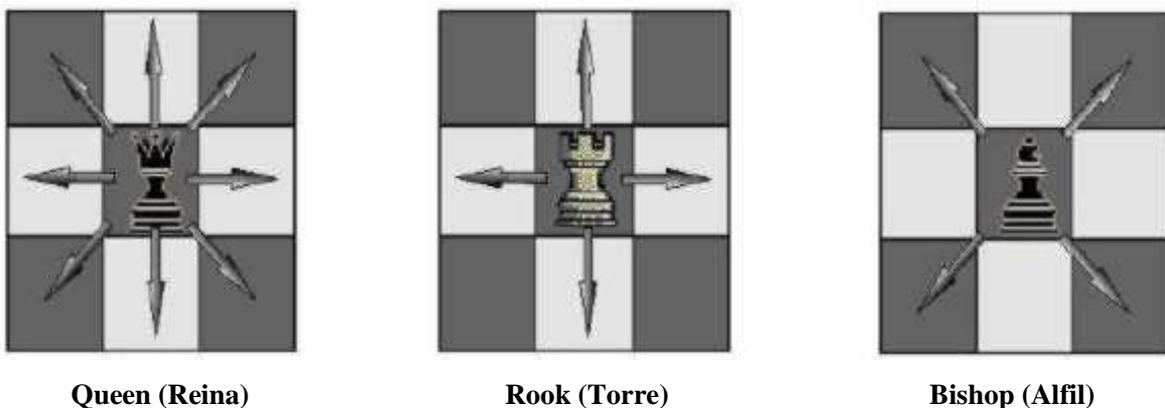
La Autocorrelación Espacial (AE), como varios modelos en el ámbito geográfico, nace en el subcampo de la economía denominado *Econometría Espacial* que se ocupa del tratamiento de la interacción espacial y la estructura espacial en modelos de regresión, señalado por Anselin en 1999 (Celemín, 2009). Su nacimiento fue aproximadamente en los primeros años de la década de los setenta, al surgir la necesidad de adecuar modelos o técnicas econométricas subregionales, que se adecuarán más a la realidad que los modelos tradicionales econométricos que fallaban en su predicción.

La AE o dependencia espacial, indica la relación entre el valor de la variable existente en un punto dado y los de la misma variable en el entorno cercano de dicho punto (Olaya, 2011). Lo cual Waldo Tobler (1979), en su 1era Ley señala como: “*todo está relacionado con todo, pero las cosas próximas entre sí están más relacionadas que las distantes*”. Es decir, que la AE concibe y refleja como las actividades y/u objetos en una unidad geográfica, están relacionadas o son similares a objetos y actividades que están en unidades geográficas cercanas.

Las consecuencias por esta Ley Geográfica en la interpretación y más aún, en los diseños de información geográfica son profundas. Negar esta realidad, sería como sostener un mundo donde todos los eventos y fenómenos ocurren de manera independiente y aleatoria, sin ningún tipo de relación, y comprender un mundo así sería imposible de concebir (Celemín, 2009).

Es válido señalar que la AE considera la relación con los vecinos más próximos. En ese sentido existen tres maneras para delimitar los tipos de contigüidad o vecindad en la AE:

- **Rook:** La de los 4 costados, visto gráficamente como la imagen del movimiento de la torre en el tablero de ajedrez.
- **Bishop:** La de las 4 diagonales, visto gráficamente como la imagen del movimiento del alfil en el tablero de ajedrez.
- **Queen:** La de los 8 vecinos, visto gráficamente como la imagen del movimiento de la reina en el tablero de ajedrez.



**Figura: 1.** Tipos de contigüidad o vecindad en la AE. **Fuente:** Celemín, 2009

Sin embargo, tomar la AE como modo explicativo de muchos fenómenos, permite formar la interrogante de: ¿cómo esas variables espacialmente interactúan?, y ¿cómo valorar si existe o no una verdadera AE? Por ello, son usados los Índices locales y globales de Autocorrelación Espacial en los SIG, los cuales son: Moran Global (I), Geary (C) y Moran Local (I<sub>i</sub>).

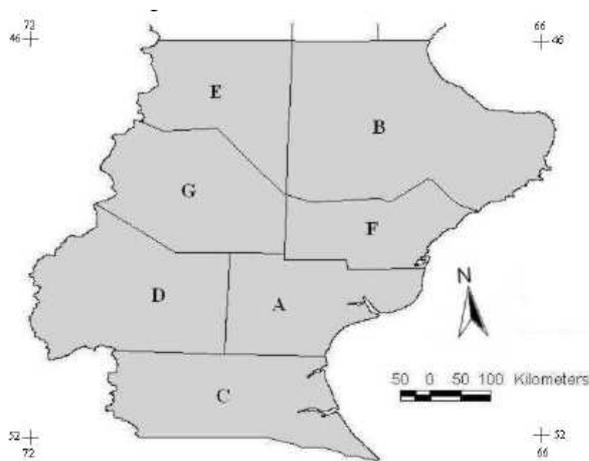
## 2.8 La matriz de ponderación espacial

Cualquier AE definida implica la definición de vecindad de los distintos elementos geográficos, así para elementos cercanos debe haber una definición numérica (dentro de umbral definido) o gráfica (más visto en polígonos), que permite puntualizar la vecindad en el espacio.

Así por ejemplo para el caso de polígonos, serán vecinos aquellos que comparten al menos un lado, o si comparten una longitud de sus perímetros mayor que un umbral definido. También en caso de malla de puntos, serán vecinos aquellos que entren dentro umbral de distancia definido; igualmente, ese umbral puede ser aplicado en todas las direcciones (isotropía) o ser variable en función de la dirección (anisotropía) (Olaya, 2011).

Ya definidos la posible vecindad entre los diferentes elementos distribuidos espacialmente, tenemos que para un conjunto de  $N$  entidades, se tiene una matriz  $W$  de dimensiones  $N \times N$  en la que el elemento  $W_{ij}$  refleja la influencia de la identidad  $i$  sobre  $j$ . Por convención los valores de  $W_{ii}$  son igual a 0 generalmente. En el caso más sencillo la matriz de ponderación espacial será del tipo binario, es decir, que contendrá los valores 1 para aquellos donde exista vecindad efectiva, mientras que será igual a 0 para aquellos donde no exista la vecindad, sin embargo los valores pueden ser cualesquiera. Es muy común la práctica de dividir estos valores por la suma de todos los valores de la columna de forma que estén siempre cercados entre 0 y 1 (Olaya, 2011).

Así tenemos el siguiente ejemplo tomado de Celemín (2009), para la determinación de la matriz de ponderación espacial. Se usara el ejemplo de los Departamentos de la Provincia de Santa Cruz (Argentina), con sus diferentes departamentos, y se establecerá una matriz de ponderación espacial de acuerdo a la contigüidad de tipo *queen* o reina. Así tenemos su expresión gráfica y el nombre de los diferentes departamentos:



**Departamento:**

- A) Corpen Aike.
- B) Deseado.
- C) Guer Aike.
- D) Lago Argentino.
- E) Lago Buenos Aires.
- F) Magallanes.
- G) Río Chico.

**Figura: 2** Departamentos de la Provincia de Santa Cruz. **Fuente:** Celemín, 2009

La matriz de pesos se observa en la siguiente tabla:

	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>E</b>	<b>F</b>	<b>G</b>	<b>Total</b>
<b>A</b>	0	0	1	1	0	1	1	<b>4</b>
<b>B</b>	0	0	0	0	1	1	1	<b>3</b>
<b>C</b>	1	0	0	1	0	0	0	<b>2</b>
<b>D</b>	1	0	1	0	0	0	1	<b>3</b>
<b>E</b>	0	1	0	0	0	1	1	<b>3</b>
<b>F</b>	1	1	0	0	1	0	1	<b>4</b>
<b>G</b>	1	1	0	1	1	1	0	<b>5</b>
<b>Suma</b>								<b>24</b>

**Tabla 1.** Matriz de pesos.

Por ejemplo para el caso del departamento A (Corpen Aike), posee 4 vecinos cada uno con un valor de 1 y los que no lo son de 0.

Luego se estandariza la tabla, dividiendo esos valores de 1 y 0 entre el total de la fila, teniéndolo de esta manera:

	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>E</b>	<b>F</b>	<b>G</b>	<b>Total</b>
<b>A</b>	0	0	0,25	0,25	0	0,25	0,25	<b>1</b>
<b>B</b>	0	0	0	0	0,33	0,33	0,33	<b>1</b>
<b>C</b>	0,5	0	0	0,5	0	0	0	<b>1</b>
<b>D</b>	0,33	0	0,33	0	0	0	0,33	<b>1</b>
<b>E</b>	0	0,33	0	0	0	0,33	0,33	<b>1</b>
<b>F</b>	0,25	0,25	0	0	0,25	0	0,25	<b>1</b>
<b>G</b>	0,2	0,2	0	0,2	0,2	0,2	0	<b>1</b>
<b>Suma</b>								<b>7</b>

**Tabla 2.** Matriz de pesos estandarizados.

## 2.9 Índices de Autocorrelación Espacial

### 2.9.1 Índice de Moran Global (I)

Este Índice de autocorrelación muestra valores que van desde -1 a 1 (Naciones Unidas, 2012). Generando tres tipos de AE explicadas en:

- **Positiva:** Un valor cercano o igual a +1, muestra una autocorrelación positiva de los datos a nivel espacial, es decir, que valores altos (o bajos en caso contrario) estarán agrupados en valores altos (o bajos en caso contrario), que se conoce también como *clusters*.
- **Negativa:** Si el Índice resultante es igual o cercano a -1, los valores están agrupados de manera competitiva o inversa, es decir, que valores altos (o bajos en caso contrario) en el espacio, estarán rodeados de valores bajos (o altos en caso contrario), que se conoce también como *outliers*.
- **Sin autocorrelación:** Ocurre cuando este índice está cercano o igual a 0.

Este Índice es en esencia el Coeficiente de Pearson, con una matriz de pesos definido por el usuario (Celemín, 2009), y su expresión matemática es la siguiente:

Índice de Moran Global:

$$I_m = \left( \frac{n}{S_o} \right) \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n W_{ij} Z_i Z_j}{\sum_{i=1}^n Z_i^2}$$
$$S_o = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n W_{ij}$$

**Dónde:**

$S_o$  = Suma de los elementos de la matriz de pesos.

$W_{ij}$  = Elemento de la matriz de ponderación.

$Z_i = (X_i - \mu)$ .

$Z_j = (X_j - \mu)$ .

Siendo  $\mu$  la media de la variable  $X$ .

$X_i$  el valor de la variable en una unidad espacial determinada y  $X_j$  el valor de la variable en otra localización.

Si los valores de la matriz han sido normalizados dividiéndolos por la suma de las columnas,  $S_o = N$  y la expresión anterior se simplifica de la siguiente manera:

$$I_m^* = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{W_{ij} Z_i Z_j}{\sum_{i=1}^n Z_i^2}$$

O lo que es igual a:

$$I_m^* = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{W_{ij} (X_i - \mu) (X_j - \mu)}{\sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2}$$

Localmente de la siguiente manera:

$$I_i = \left( \frac{Z_i}{m_2} \right) \sum_{j=1}^n W_{ij} Z_j$$

**Dónde:**

$Z_i$  = Desviación de la media para el punto  $i$ .

$Z_j$  = Desviación de la media para el punto  $j$  vecino.

$M_2$  = Varianza.

$W_{ij}$  = Elemento de la matriz de ponderación del punto  $i$  con el punto  $j$ .

El valor esperado para el  $I$  es:

$$E(I) = \frac{-1}{(n-1)}$$

Valores por debajo de este valor esperado indican autocorrelación negativa, mientras que los situados por encima reflejan autocorrelación positiva. Al igual que sucede para otros parámetros,

los valores de la desviación típica del parámetro  $I$  son conocidos, lo que permite establecer intervalos de confianza para rechazar o aceptar la hipótesis nula de ausencia de autocorrelación espacial (Olaya, 2011).

### 2.9.2 Índice de Geary (C)

Para éste Índice, Ordoñez (2011) señala: “Índice de comparaciones por pares entre las diferentes zonas; por lo general varía entre 0 y 2. Teóricamente, un valor de 1 indica ausencia de autocorrelación, es decir, que los valores de una zona no están relacionados con los valores de zonas cercanas. Los valores inferiores a 1 indican autocorrelación espacial positiva, mientras que valores superiores a 1 indican autocorrelación espacial negativa.”

Es indicado cuando existe una pequeña cantidad de vecindades (Oliveira F, 2011).

Su expresión matemática es la siguiente:

$$c = \frac{n - 1}{2} \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n W_{ij} (y_i - y_j)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n W_{ij}}$$

**Dónde:**

$y_i$  = Punto de donde se va a tomar el valor del Índice de Geary.

$y_j$  = Punto de comparación para el Índice de Geary.

$W_{ij}$  = Elemento de la matriz de ponderación del punto  $i$  con el punto  $j$ .

Si existe Autocorrelación Espacial (AE) en los datos distribuidos en una zona específica, es recomendable la aplicación de la Regresión Ponderada Geográfica (GWR), y de lo contrario, de no existir AE se usa el Método de Mínimos Cuadrados Ordinarios (OLS).

### 2.10 Método de Mínimos Cuadrados Ordinarios

Es un método que establece una función matemática de regresión muestral adecuada lo más cercana posible a la población, que escoge además coeficientes de regresión (los  $\beta$ 's) de forma tal que los errores sean los más pequeños posibles. Con esto, se escoge aquella función de regresión muestral que tenga la mínima suma de los errores cuadrados de la siguiente fórmula:

$$\sum \hat{\mu}_i^2 = \sum (Y_i - \hat{Y}_i)^2$$

Así, los errores mayores reciben grandes valores al ser elevados a su cuadrática, distanciándolos más de los menores errores y adecuando la ecuación con el mínimo cuadrado de error (Benavente *et al.*, 2007).

### **2.10.1 Supuestos de los Mínimos Cuadrados Ordinarios:**

Antes de la aplicación del método MCO, es necesario tomar en cuenta los siguientes supuestos:

#### **2.10.1.1 El modelo de regresión es Lineal**

Es decir, los parámetros que definen la Ecuación de Regresión son lineales, bajo la fórmula general:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_1 + e_i$$

**2.10.1.2 Los valores de X son fijos en muestreos repetidos**, X se supone fija no estocástica (no aleatoria). Lo que implica que el análisis de regresión es condicional, condicionados a los valores del regresor X (Benavente *et al.*, 2007).

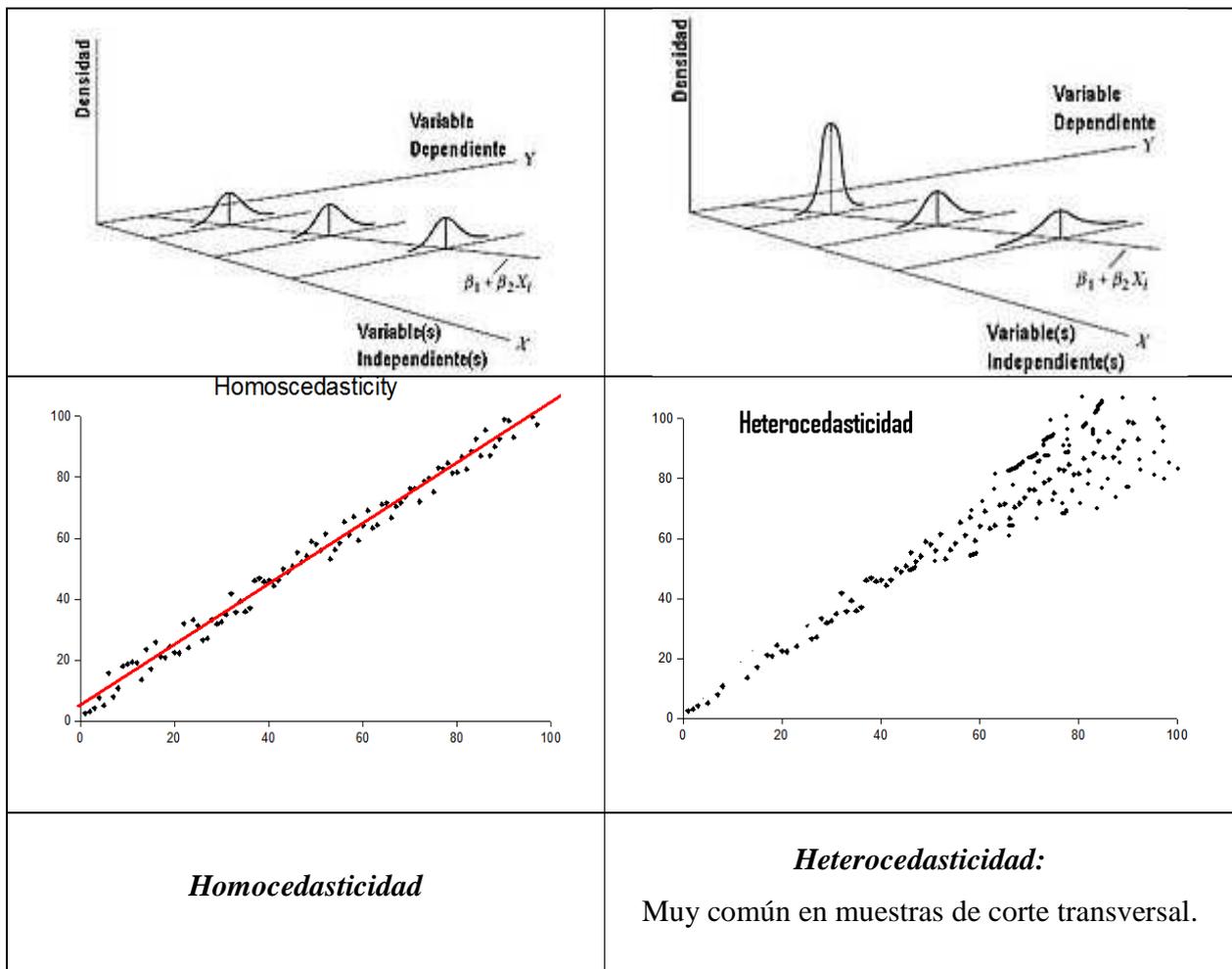
El aporte de este supuesto es que permite separar el efecto de las variables explicativas del efecto de los errores sobre la variable dependiente. En el caso de que este supuesto no se cumpla, no habría forma de determinar qué proporción de la variabilidad de  $Y_i$  se explica por las variables  $X_i$  y qué parte se explica por el término de error  $\mu_i$  (Dresdner *et al.*, 2007).

**2.10.1.3 El valor medio del error  $\mu_i$  es igual a cero**, es decir, que los valores positivos y negativos de  $\mu_i$  son iguales a cero al ser sumados (Benavente *et al.*, 2007).

$$E(\mu_i | X_i) = 0$$

### 2.10.1.4 Homocedasticidad y no Autocorrelación

Este supuesto sintetiza dos propiedades fundamentales del modelo lineal general; la *homocedasticidad* o igual varianza de  $\mu_i$  y la inexistencia de *autocorrelación* de los errores y/ o variables; por ejemplo dado los valores de  $X$ ,  $X_i$  y  $X_j$ , donde  $i \neq j$ , la correlación entre  $\mu_i$  y  $\mu_j$  es cero (Dresdner *et al.*, 2007).



**Figura: 3** Gráficos de Homocedasticidad y Heterocedasticidad. **Fuente:** Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales. Universidad Autónoma de Madrid, España.

### 2.10.1.5 No existe multicolinealidad perfecta

No existen filas linealmente dependientes, lo que permite afirmar que de existir dependencia entre las observaciones de los valores  $X$ , no se podría estimar un modelo a futuro (Dresdner *et al.*, 2007).

## 2.11 Regresión Ponderada Geográfica (GWR)

La regresión normalmente abarca una amplia gama de métodos para modelar la relación existente entre una variable dependiente y una o más variables independientes (o explicativas), la cual genera un patrón de comportamiento que permita modelar así a través de alguna función matemática su expresión en la realidad.

Así por ejemplo en muchos fenómenos de la naturaleza, la regresión lineal es el modelo que se ajusta para explicar el comportamiento de alguna variable ambientalmente.

Así la fórmula general de regresión lineal es:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + E_i ; \text{ Donde } i = 1 \dots n$$

### **Dónde:**

$Y_i$  = Variable respuesta o dependiente.

$X_i$  = Variable Independiente.

$E_i$  = Error.

$\beta_0$  y  $\beta_1$  son parámetros que han de calcularse de tal manera que:  $\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_i)^2$  se reduzca al mínimo en las  $n$  observaciones del conjunto de datos.

Así pues, esta regresión lineal genera el error cuadrático menor o con tendencia a cero. Conociéndose así como el modelo de Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO, en su traducción del inglés como Ordinary Least Squares OLS), generando una ecuación general para explicar el comportamiento más adecuado a la variable dependiente (Charlton M, 2009).

Sin embargo, los MCO tienen la característica de homogeneizar el fenómeno, componiendo la generalidad en una sola ecuación lineal que explique el comportamiento de la variable dependiente. Y es allí donde las regresiones con datos espaciales recaudan la interrogante de si la variable dependiente tiene el mismo comportamiento espacialmente a lo largo de una zona determinada.

Vale recordar uno de los supuestos de los MCO, que señala que el ajuste de una ecuación lineal solo será aceptable si la variable dependiente no presenta Autocorrelación Espacial. Cuando se viola este principio teórico, los MCO no son convenientes para predecir el comportamiento de la variable dependiente en el espacio (Dresdner *et al.*, 2.007).

Es así, como las Regresiones Ponderadas Geográficas (RPG, en su traducción del inglés Geographically Weighted Regression GWR) emergen como una respuesta a explicar el comportamiento de la variable dependiente espacialmente, aun entendiendo que su resultado es un producto de la forma de regresión lineal. Con lo cual, el método GWR ajusta una ecuación lineal local por punto de observación o dataset (Charlton M, 2009).

Es válido señalar que la GWR se apega a dos principios antes señalados; el 1ero de ellos relacionado con la ley de Tobler que señala: *“todo está relacionado con todo, pero las cosas próximas entre sí están más relacionadas que las distantes”*, y el 2do principio de la *Heterogeneidad Espacial*, que recuerda que cualquier evento o fenómeno puede variar gradual y sistemáticamente en el espacio, con lo se negaría aquel supuesto de una homogeneidad interna dentro de un subgrupo o estrato.

De esta manera, se podría explicar el porqué del agrupamiento de los residuales en unidades espaciales vecinas donde tienen una magnitud y signo similar (una muestra de autocorrelación espacial), cuando se corre un método general como el de Mínimos Cuadrados Ordinarios. Por ello, de existir una estructura espacial de los residuos del modelo, se estaría dando lugar a estimaciones ineficientes de los parámetros y así cometiendo posibles errores en las predicciones, y concebir una estructura espacial de los datos, significaría que la variable dependiente en una unidad espacial se vería afectada por las variables independientes en las unidades cercanas (Charlton M, 2009).

Así, la Regresión Ponderada Geográfica (GWR) constituye una contribución bastante reciente a modelar espacialmente procesos heterogéneos, y se basa en la idea de estimar en cualquier área de estudio, dado una variable dependiente y un conjunto de variables independientes que han sido medidas en lugares cuya ubicación se conoce  $(u_i, v_i)$ , para el cálculo de una ecuación lineal local tantas veces como puntos de observación, así generando ecuaciones zonales adecuadas de acuerdo a las observaciones más cercanas, dando mayor peso o importancia a aquellos puntos vecinos más cercanos, que los más distantes (Costa F.*et al.*, 2004).

### 2.11.1 Matriz de Ponderación Espacial $W(u)$ en el GWR

En la GWR se genera un estimador similar al de Mínimos Cuadrados Ordinarios, excepto que los pesos están condicionados a la  $u$  ubicación en relación con las demás observaciones del conjunto de datos, por lo tanto cambian para cada ubicación generando una ecuación por punto de observación.

Así esa variabilidad es generada por la matriz cuadrada de pesos relativos a la posición  $u$  en el área de estudio; siendo una matriz de varianza-covarianza geográficamente ponderada (requiriendo a su estimación el inverso de la distancia), y el  $y$  es el vector de los valores de la variable dependiente (Charlton M, 2009).

La  $W_i(u)$  de la matriz que contiene las ponderaciones geográficas en su diagonal principal y 0 en sus elementos fuera de la diagonal.

$$W_i(u) = \begin{matrix} & W_1(u) & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & W_2(u) & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & \dots & 0 \\ & 0 & 0 & 0 & W_n(u) \end{matrix}$$

Estos mismos pesos se calculan a partir de un esquema de ponderación que también se conoce como núcleo. Un número de puntos que son posibles: uno típico tiene forma gaussiana emanada de:

$$W_i(u) = e^{-0,5(d_i(u)/h)^2}$$

**Dónde:**

**$W_i(u)$**  = Es el peso geográfico de la observación  $i$ -ésima en el conjunto de datos relativos a la ubicación  $u$ .

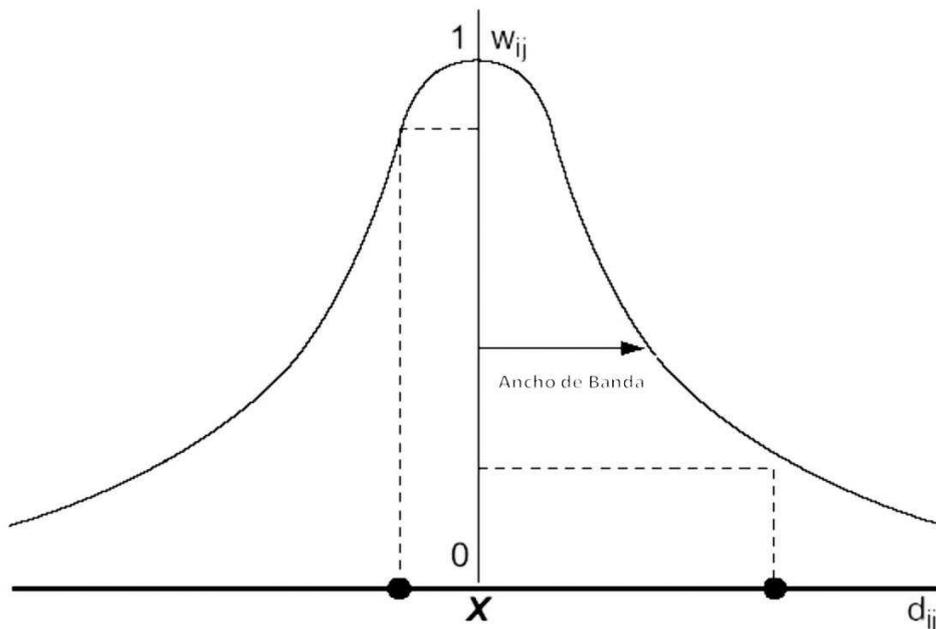
$d_i(\mathbf{u})$  = Alguna medida entre la observación  $i$ -ésima y la ubicación  $u$  (generalmente esta distancia es la euclidiana cuando se usan las coordenadas cartesianas y la del arco cuando se usan las coordenadas geográficas).

$h$  es una cantidad de ancho de banda.

Este ancho de banda en el núcleo se expresará en las mismas unidades al sistema de coordenadas usadas, y en la medida que se haga más distante se parecerá más al modelo de Mínimos Cuadrados Ordinarios (Costa F. *et al.*, 2.004).

Vale señalar que los lugares en los que se estiman los parámetros pueden ser puntos no muestra en el área de estudio, como una malla regular de puntos, y la combinación de los estimadores ponderados, el núcleo y ancho de banda pueden ser referidos a un modelo local de regresión.

Visto gráficamente de la siguiente manera:



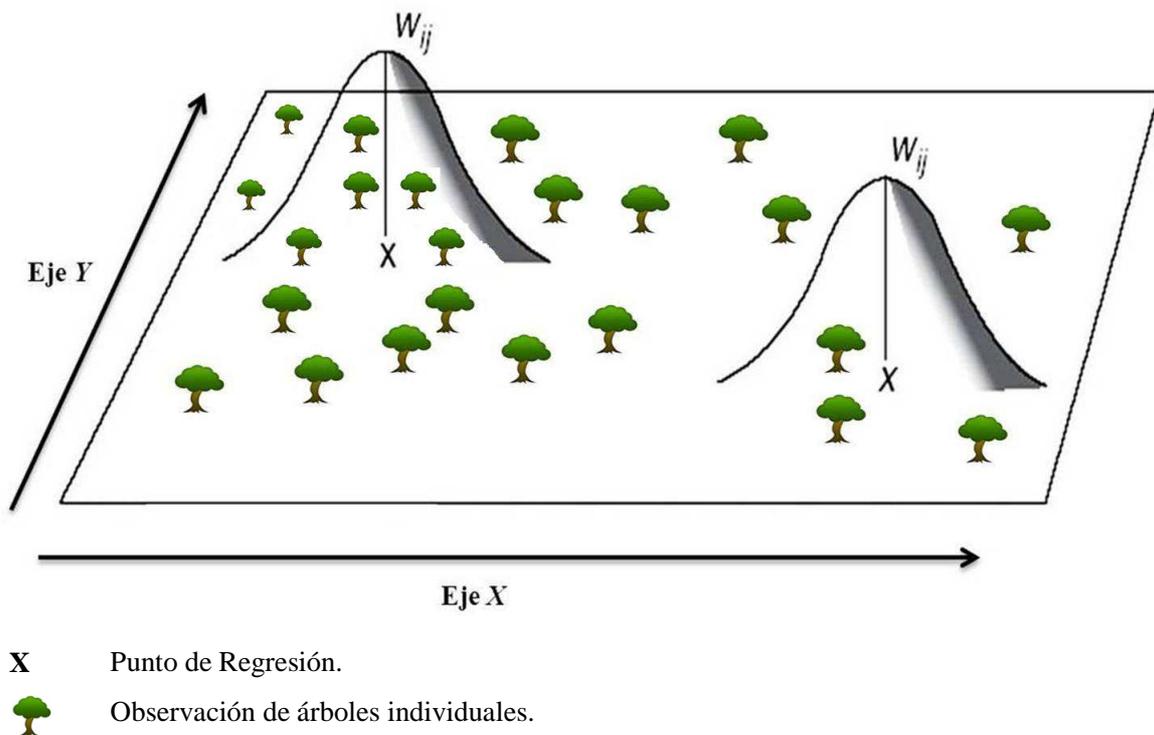
- X** Punto de Regresión.  $w_{ij}$  Peso de la Observación  $j$  en el punto de Regresión  $i$
- Observación.  $d_{ij}$  Distancia entre el punto de Regresión  $i$  y la observación  $j$

**Figura: 4** Representación gráfica del Kernel Gaussiano de la GWR, del peso geográfico de la observación  $i$ -ésima y el ancho de banda. **Fuente:** Fotheringham *et al.* (2002).

### 2.11.2 Kernel

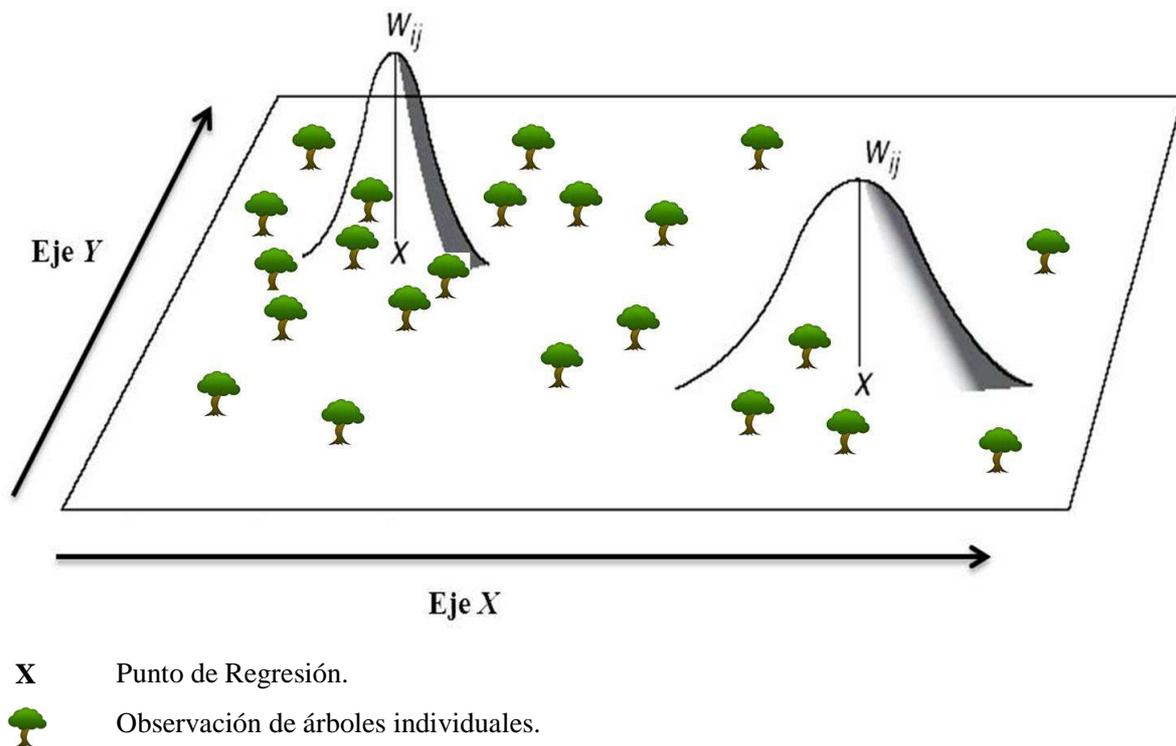
Este se construye con una distancia o densidad de vecinos-entidades determinada por el criterio de Información de Akaike Corregido o por el método de validación cruzada (CV) (explicados más adelante). Para el *Kernel Fixed* será expresado con una distancia de regresión local, o con una cantidad de vecinos para el *Kernel Adaptativo* (ESRI 10.0; Help, s. f.).

Así tenemos la siguiente expresión gráfica de los dos tipos de Kernel:



**Figura: 5** Kernel Fijo (Fixed). **Fuente:** Modificado de Fotheringham *et al.* (2002).

Siendo el Kernel fijo aquel que se puede definir con una distancia de ancho de banda efectivo, hasta donde puede ser de utilidad la ecuación de regresión lineal local o el radio de acción de dicha ecuación.



**Figura: 6** Kernel Adaptativo. **Fuente:** Modificado de Fotheringham *et al.* (2002).

Para el caso de números de entidades o vecinos, el kernel adaptativo será variable en distancia por punto de observación, ya que la distancia del ancho de banda se va a adecuar de acuerdo a los números puntos de vecindad definidos por el usuario en algunos casos (mayores de 30) o determinados por la validación cruzada (CV) o el criterio de Información de Akaike Corregido (AICc).

Vale señalar, que ambos métodos o anchos de bandas (fijo y adaptativos) van a depender de la precisión con la que se quiere predecir el comportamiento de la variable dependiente, ya que en algunos casos seleccionar el método fijo puede arrojar una mayor probabilidad de que algunas calibraciones locales se basen en sólo unos pocos puntos de observación dentro del ancho de banda, por lo que la estimaciones locales exhibirán una mayor variación y una probabilidad de error más alta, sobre todo en aquellos casos donde no haya abundancia de puntos muestras cercanos al punto de observación o de regresión. En consecuencia, para reducir este tipo de problemas, los núcleos espaciales en la GWR se pueden hacer para adaptarse en tamaño a las variaciones en la densidad de los datos, de modo que los núcleos tienen anchos de banda más

grandes donde los datos son escasos, y tienen anchos de banda más pequeños, donde los datos son abundantes (Fotheringham *et al.* 2002).

### **2.11.3 Ancho de Banda (Bandwidthmethod)**

El ancho de banda va a estar relacionado con el Kernel Gaussiano, y es quizás uno de los parámetros encontrado de mayor importancia, así se podrá determinar la anchura fija (Kernel Fixed) o cantidad de vecinos óptima (Kernel Adaptativo) de la campana de Gauss usada para cada punto de regresión y establecerá la efectividad del método GWR. Así pues, para anchos de banda muy grandes, el número efectivo de coeficientes se acerca al número real de los MCO; mientras que por el contrario, para anchos de banda con tendencia a cero, los pesos geográficos para cada observación se acercarán a cero con la excepción del punto de regresión (ESRI 10.0; Help s. f.).

Este ancho de banda será calculado de acuerdo a dos criterios:

- ✓ El criterio de Información de Akaike Corregido (AICc).
- ✓ Validación Cruzada (CV).

### **2.11.4 El criterio de Información de Akaike Corregido (AICc)**

El criterio de información de Akaike corregido usado en la GRW, es quizás el más usado generalmente en todos los trabajos. Consiste en una metodología para comparar diferentes modelos y ajustarse a aquel con la mayor verosimilitud, mejor información teórica y máxima entalpía (Posada *et al.*, 2007).

La idea es escoger aquel modelo que minimiza la cantidad de información requerida, es decir, que selecciona aquel modelo más próximo al modelo teórico (Peña Sánchez *et al.*, 1981).

Se selecciona aquel modelo de mínimos cuadrados ordinarios más ajustado al punto muestral, siendo entonces el de menor AICc.

Su expresión matemática es la siguiente:

$$AIC = 2K - 2 \ln (L)$$

Siendo el AIC corregido de la siguiente manera:

$$AICc = AIC + \frac{2K (K + 1)}{n - K - 1}$$

Dónde:

K = Es el número de parámetros estimados independientes.

L = Es el máximo valor de la función de verosimilitud para el modelo estimado.

ln = Es el logaritmo neperiano.

n = Tamaño muestral total.

Algunas de las ventajas del modelo AIC que lo hacen tan utilizado en la práctica, es por su simplicidad (no requiere acudir a ninguna tabla para observar el valor correspondiente) y facilidad para ser implementado, y el hecho de que no existe el problema de especificar subjetivamente un nivel de significación arbitrario para contrastar dos modelos (Caballero Díaz, 2011).

### **2.11.5 Validación Cruzada (CV)**

La validación cruzada se utiliza, cuando en el ajuste de la ecuación  $y_i$  con las observaciones para el punto  $i$  se omite un proceso de calibración. La idea no es calibrar una ecuación de MCO para el punto de observación con el mínimo de puntos muestrales vecinos, sino que ajustar un modelo con una deseada cantidad de vecinos que minimice las diferencias existentes entre los valores observados y los valores estimados (Collazos Reyes *et al.* 2006).

El trazado de la puntuación de la CV con el parámetro requerido de cualquier función de ponderación selecciona por lo tanto, una orientación sobre el parámetro necesario para ajustar en ancho de banda a una distancia o a una cantidad de vecinos óptima. Si se desea automatizar este proceso, entonces la intención del uso de la CV incrementa al máximo el uso de una técnica, buscando un óptimo que reduzca así la CV y optimice la predicción (Fotheringham *et al.* 2002).

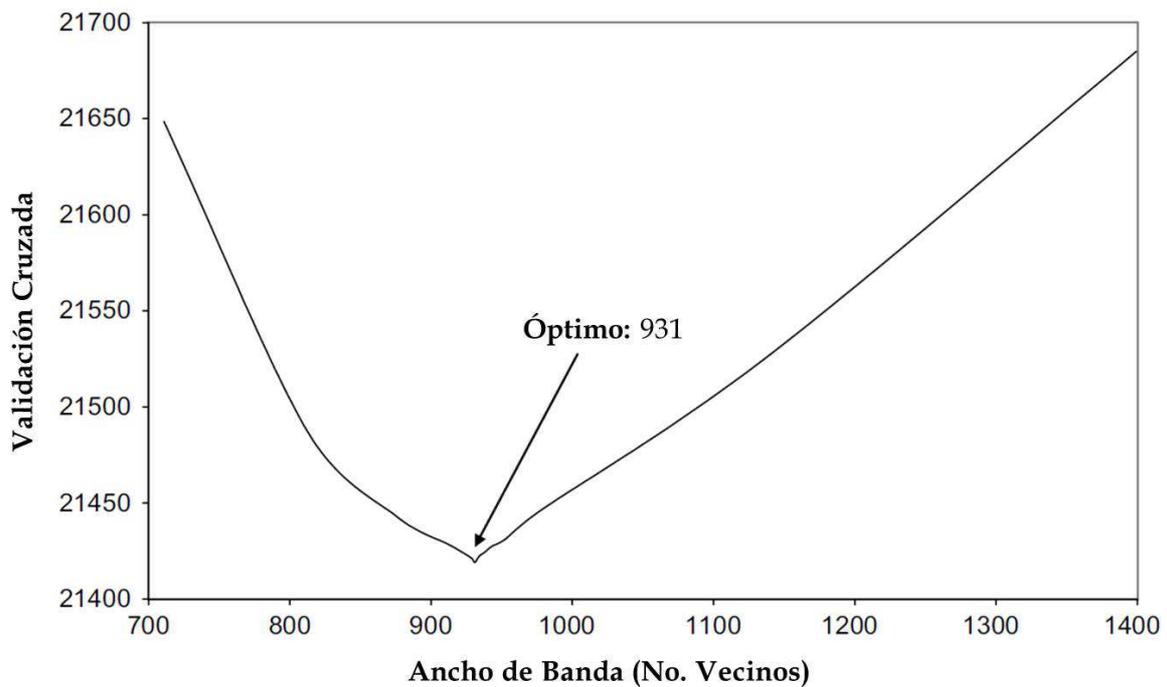
Su expresión matemática es la siguiente:

$$CV = \sum_{i=1}^n [y_i - \hat{y}]^2$$

**Dónde:**

$\hat{y}$  es el valor estimado para  $y_i$ .

Visto gráficamente para la CV, tenemos:



**Figura: 7** Gráfico de Validación Cruzada (CV), unidades en mínimos cuadrados de la CV. **Fuente:** Fotheringham *et al.* (2002).

Para este ejemplo, la CV óptima está dada a los 931 vecinos en el ancho de banda adaptativo, logrando calibrar el Kernel a este número de entidades-vecinos, como técnica de optimización que minimiza los errores en la predicción de los precios hedónicos de las viviendas.

## **2.12 Antecedentes en otras ciencias**

La regresión ponderada geográfica (GWR) como antes se señaló, es un método Geoestadístico basado en los principios de Autocorrelación Espacial y de la Heterogeneidad Espacial; además, está hecho para comportamientos de las diferentes ciencias o ramas del conocimiento, que explican patrones de comportamiento de variables dependientes a través del método de Mínimos cuadrados ordinarios, es decir, que la variable dependiente tiene una explicación por medio de una ecuación lineal (ver método de mínimos cuadrados ordinarios, Capítulo II Marco Teórico).

Así, el método ajusta ecuaciones zonales o locales que permitan explicar el fenómeno de acuerdo a su ubicación en el espacio, tanto para coordenadas cartesianas como geográficas.

De acuerdo con la revisión bibliográfica, una de las ciencias banderas en el uso de este método ha sido la economía, aplicando principalmente esta técnica para la determinación de precios hedónicos de viviendas. Ubicando funciones de acuerdo a características locales que subvaloran o desvaloran los precios de las viviendas de acuerdo a su ubicación, en el contexto de las preferencias de los consumidores, privilegios ofrecidos por zonas con cercanía a medios de transporte masivo, acceso a mercados de abastecimiento, proximidad a lugares de servicios, contigüidad a escuelas o universidades; como también aquellas características que por su cercanía disminuyen los precios a pagar, como el ruido por zonas comerciales o industriales, con características intrínsecas que lo subvaloren, proximidad a zonas de peligro potencial, vecindad a zonas de contaminación, entre otras características que permiten subvalorar o sobreestimar los precios hedónicos.

Así tenemos, que las ecuaciones lineales serán ajustadas de acuerdo a las características internas (o variables cuantitativas medidas en el lugar) y su interacción con el entorno (autocorrelación espacial).

Por esto, se encuentran cantidad de trabajos relacionados con precios de la vivienda referente uno de ellos en Medellín, Colombia. Donde se ajustan ecuaciones ponderadas de acuerdo a la interacción de variables ambientales como la cercanía al metro, a zonas comerciales y de servicio; como también las características intrínsecas de la vivienda (medidas en ese mismo punto), como el número de habitaciones, el área que ocupan, entre otras (Duque, 2011).

Sin embargo, el énfasis de todos los autores, más aún, la preocupación se basaba en explicar el comportamiento de la variable dependiente con las múltiples variables explicativas o independientes. Es entonces cuando encontramos un problema observable en otras ciencias, como el simple hecho de encontrar o ajustar ecuaciones que expliquen de manera significativa, el comportamiento de la variable dependiente.

Con lo cual se salta a nuevas utilidades de otras ciencias, como la sociología, que trata de explicar y entender el comportamiento de la pobreza en zonas específicas con múltiples variables explicativas que darán un resultado de la variable dependiente (Sánchez Peña, 2006). De esta forma, se ajusta ecuaciones lineales que expliquen la pobreza de zonas o puntos específicos; pero determinar cómo interactúan las variables explicativas, para ajustar una ecuación lineal bien especificada, puede ser un desafío.

También, se pudo observar el uso de la técnica GWR en áreas referentes a la salud, como la explicación del impacto que puede tener la exposición de plaguicidas en la incidencia del cáncer, en Costa Rica; ajustando ecuaciones zonales (Santamaría-Ulloa, 2009).

Otro uso está en la Agricultura, determinando precios y comportamiento de la demanda de frutas de acuerdo a las zonas y su cercanía a lugares poblados (Costa F. *et al.*, 2004).

Entonces, el uso de la GWR como método para determinar ecuaciones lineales locales, es de mucha utilidad para diferentes ciencias que así lo demanden sobre todo para aquellas con casos de observaciones discretas; esta incluye en su estructura lógica la autocorrelación espacial de los datos, la heterogeneidad espacial y el comportamiento de una ecuación lineal.

## CAPÍTULO III

### DESCRIPCIÓN DEL ÁREA DE ESTUDIO

---

#### 3.1 Descripción del Área de estudio

La plantación censada para el estudio de las técnicas de autocorrelación espacial, pertenece a la Empresa Comercial “*Smurfit Kappa Cartón*” de Venezuela. Grupo manufacturero dedicado a satisfacer las necesidades de empaque en el mercado nacional e internacional, quienes iniciaron actividades en Venezuela desde el año 1954. Sus operaciones están totalmente integradas, con actividades productivas que comprenden la siembra y manejo de plantaciones forestales, reciclaje de fibras secundarias, fabricación y venta de papel, cartulinas, cartón y empaques.

Este tipo de empresa está relacionada al estudio de áreas forestales, estableciendo diversas plantaciones para realizar estudios aplicando estrategias de muestreo confiables, que le permite determinar con mayor precisión y exactitud parámetros de su interés, evaluando diferentes tipos de muestreos bajo diversas condiciones para poder aplicarlos.

Smurfit Kappa Cartón de Venezuela utiliza el método de muestreo de parcelas de áreas fijas circulares, usando parcelas de radio ( $r = 8,92$  m) con un distanciamiento determinado entre parcelas en dirección este-oeste y otra en dirección norte-sur, para posteriormente tomar las muestras y estimar los parámetros poblacionales (Smurfit kappa s. f. citado por Rivas, 2008).

Los datos usados en este trabajo corresponden a un censo de una plantación clonal, de árboles de la especie *Eucalyptus urograndis* de 5 años de plantada, en una superficie de 4,8 ha en el estado Portuguesa, Venezuela.

La fórmula aplicada para el cálculo de volumen se obtuvo dentro de la empresa en anteriores muestreos destructivos, que concibieron derribar árboles en pie para el cálculo de volumen con y sin corteza con fórmulas volumétricas adecuadas para el cálculo del volumen de la madera en rolas, y posteriormente ajustaron una ecuación de regresión lineal por el método de mínimos cuadrados ordinarios. Así obtuvieron una fórmula general para el cálculo de volumen en pie de todos sus lotes de plantación, teniendo para este censo en 4,8 ha el mismo uso para la estimación del volumen en pie.

Vale señalar que los valores de volumen usados son valores estimados utilizados como referencia, por tal no son valores de volumen provenientes de una muestra destructiva.

La fórmula general usada en la empresa tiene su expresión matemática de la siguiente manera:

$$Vol_{sc} = 0,00005307 * D^{1,729573445} * H^{1,092641909} - 0,000033577 * \left[ \frac{d_m^{3,287761}}{D^{3,287761-2}} \right]$$

**Dónde:**

**Vol sc** es el volumen sin corteza del árbol en pie en metros cúbicos (m<sup>3</sup>).

**D** es el diámetro a la altura pecho, es decir, a 1,30 mts del nivel del suelo.

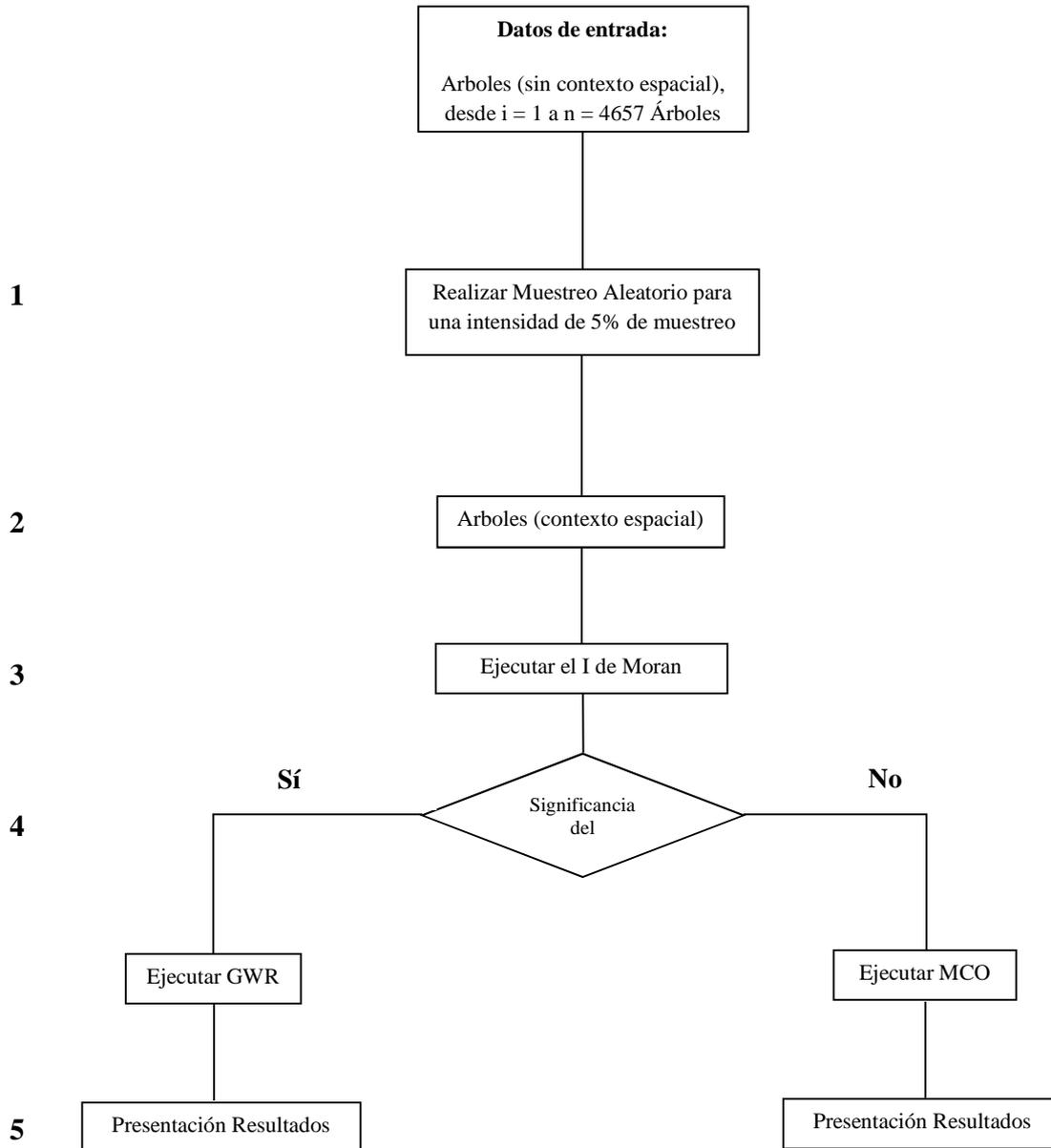
**H** es la altura total del árbol en pie (Duran, *et al.* s. f.).

# CAPÍTULO IV METODOLOGÍA

---

## 4.1 Metodología

A manera gráfica la metodología seguida tuvo el siguiente planteamiento (Figura: 8):



Teniendo como datos de entrada a los árboles sin contexto espacial, es decir, sin tomar en cuenta las coordenadas de ubicación relativa en la tabla (X,Y) de 4657 árboles, se siguió los siguientes pasos esquemáticamente:

1.\_ Muestreo de los datos a una intensidad del 5% poblacional:

Los datos fueron muestreados al 5% (233 árboles) de la población censada de 4657 árboles en una superficie de 4,8 ha. Teniendo en total 100 muestreos aleatorios de igual intensidad.

Vale señalar que normalmente a nivel estadístico, para algunos experimentos se prefieren entre 1%, 3%, 5% ó 10%; de manera arbitraria se escogió el 5% poblacional del censo levantado.

2.\_ Convertir los datos en un contexto espacial:

Obtenidos cada uno de los muestreos aleatorios, se procedió a convertirlos en un contexto espacial usando sus coordenadas X y Y. Lo cual permite gráficamente ubicarlos dentro del software seleccionado.

Así por ejemplo:

**Árboles con valores intrínsecos**

No. Árbol	DAP (cm)	Altura (m)	Volumen
1	8,59	12,20	0,03
2	17,19	27	0,27
...	...	...	...
n	...	...	...

**Árboles con coordenadas de ubicación relativa dentro del rodal**

No. Árbol	X (m)	Y (m)
1	0,0	0,0
2	0,0	3
...	...	...
n	...	...

**Árboles con sus valores intrínsecos y en el contexto espacial (X y Y).**

No. Árbol	DAP (cm)	Altura (m)	Volumen	X (m)	Y (m)
1	8,59	12,20	0,03	0,0	0,0
2	17,19	27	0,27	0,0	3
...	...	...	...	...	...
n	...	...	...	...	...

**Tabla 3:** Ejemplo de convertir los datos en un contexto espacial.

### 3.\_ Calcular el Índice de Moran:

A cada uno de los muestreos, se le aplicó el Índice de Moran con la finalidad de saber si hay o no Autocorrelación Espacial (dependencia espacial) de los datos, arrojando 5 resultados, de los cuales tenemos el Índice de Moran esperado, el Índice de Moran obtenido, la probabilidad (P-value) y la varianza, con esto se determinó si existía o no algún grado de dependencia espacial, si esta era significativa y el grado de dependencia (positiva o negativa).

### 4.\_ Evaluación de la significancia del Índice de Moran:

Teniendo los resultados del Índice de Moran, valorando que tuvieran o no autocorrelación espacial significativa, se aplicó dos tratamientos a los muestreos realizados. En el caso de exhibir autocorrelación espacial significativa,  $p\text{-value} < 0.05$ , se procedió a aplicar la Regresión Ponderada Geográfica (GWR); de lo contrario, es decir no revelar autocorrelación espacial significativa, al muestreo respectivo se le aplicó la regresión por Mínimos Cuadrados Ordinarios.

La razón fundamental de estas dos variantes de tratamientos, radica en que la aplicación del método de mínimos cuadrados ordinarios por fundamento teórico, requiere que los datos no reflejen autocorrelación espacial, es decir, la presencia de parámetros fijos en el espacio y homocedasticidad; de no ser así, el método estaría incumpliendo con los supuestos teóricos, y en su defecto se aplica la Regresión Ponderada Geográfica (GWR) la cual pondera los pesos en el espacio (Dresdner *et al.*, 2007) (ver Capítulo II: Marco Teórico).

### 5.\_ Presentación de Resultados:

Teniendo en cada uno de los casos la ventana de resultados, se procedió a totalizarlos de acuerdo a su tipo. En el caso de la GWR se tomó en cuenta el ancho de banda fijo (fixed) totalizándolo en una tabla, su  $R^2$  y el AICc al cual se ajustó; mientras que para la Regresión por Mínimos Cuadrados Ordinarios la ecuación general para la muestra, su  $R^2$  y su AIC respectivo.

Vale señalar que el software usado para esta metodología fue el paquete estadístico R-Studio (código visible en el apéndice 5).

## CAPÍTULO V RESULTADOS Y ANÁLISIS

---

### 5.1 Índice de Moran Global para las muestras

Cuadro resumen de los 100 casos del Índice de Moran Global, teniendo los siguientes resultados:

	Muestras con Autocorrelación Espacial Significativa	Muestras sin Autocorrelación Espacial
	75	25
Autocorrelación Positiva	75	22
Autocorrelación Negativa	0	3

**Tabla 4:** Número de muestreos con Autocorrelación Espacial (AE) significativa y sin AE, tanto positiva como negativa.

Para los 100 muestreos aplicados a la base de datos del censo de “*Smurfit Kappa Cartón*” de Venezuela, se obtuvo 25 casos en los cuales los datos levantados no presentaron autocorrelación espacial de acuerdo al índice de moran (ver Apéndice 1), lo cual obligó de acuerdo a los principios teóricos la aplicación del método de mínimos cuadrados ordinarios (MCO) para el ajuste de una ecuación general que representara los individuos levantados en la muestra.

Vale señalar que de estos 25 casos que no presentaron autocorrelación espacial (AE) significativa, sólo 3 presentaron AE negativa, que permite afirmar la poca probabilidad en campo de conseguir AE negativa o inversa y además significativa, al considerarse que es muy difícil encontrar en una plantación un árbol de grandes dimensiones en volumen, rodeado de individuos de bajas dimensiones; en especial, tratándose de un mismo tipo de clon y a mismas edades, siendo entonces observable sólo la variación ambiental - espacial.

### 5.2 Mínimos cuadrados Ordinarios (MCO)

En promedio de los 25 casos que clasificaron para el método de MCO, tenemos (ver Apéndice 3):

	$\beta_0$	$\beta_1 * DAP$	$\beta_2 * Altura$	AIC	$R^2$
<b>Promedio</b>	-5,11	0,14	0,0623	129,4	0,996342168

**Tabla 5:** Valores promedio para los 25 muestreos por MCO.

De la expresión teórica:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + E_i ; \text{ Donde } i = 1 \dots n$$

Donde:

$Y_i$  será el volumen estimado.

DAP será el diámetro a la altura pecho.

Altura total del árbol en pie.

Nótese el valor del AIC y  $R^2$  para su posterior comparación.

### 5.3 Regresiones Ponderadas Geográficas (GWR)

En los 75 casos que clasificaron para la GWR, en los cuales los individuos levantados presentaron AE significativa y positivas (ver Apéndice 2), se ajustaron de acuerdo a los principios teóricos una ecuación por punto de observación (para este caso por árbol levantado), con su respectivo ancho de banda (Bandwidth), su  $R^2$  Global y el criterio de información de Akaike corregido (AICc) al cual se ajustan las ecuaciones. Teniendo los siguientes resultados a manera de promedio.

En los 75 casos que clasificaron para la Regresión Ponderada Geográfica (GWR), tenemos:

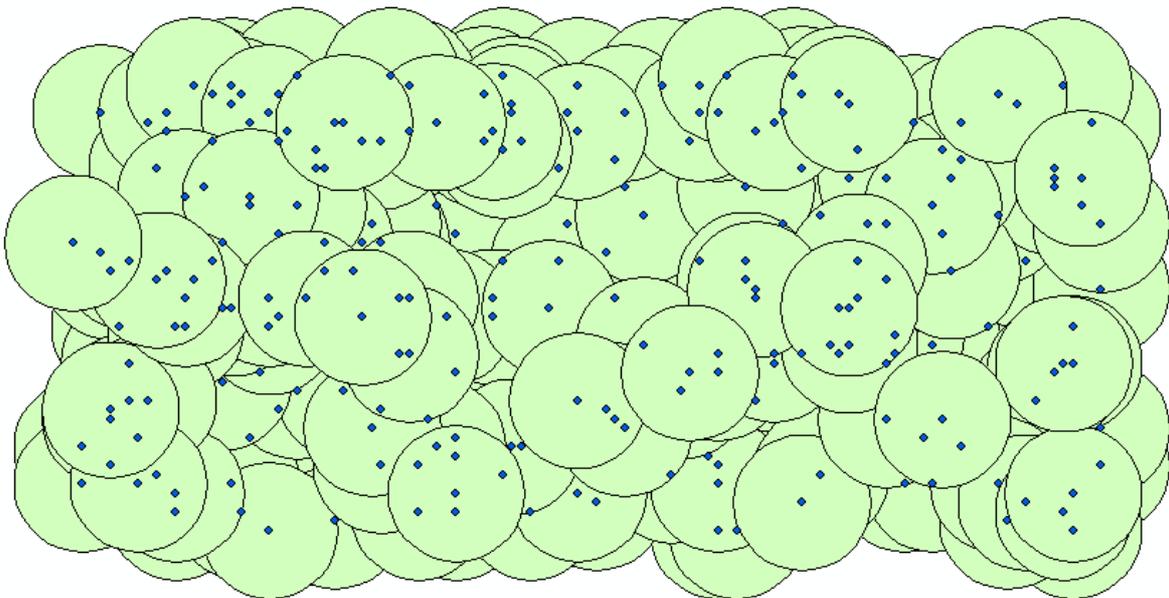
	Ancho de Banda (m)	AICc	$R^2$ - Global
<b>Promedio</b>	22,4	-1178,55	0,9801
<b>Valor mínimo</b>	16,76	-1287,89	0,965
<b>Valor máximo</b>	39,67	-1054,81	0,989

**Tabla 6:** Valores promedio, mínimo y máximo para los 75 muestreos por GWR.

Obsérvese que el  $R^2$  Global (como promedio de todos los  $R^2$ ) es superior al 75%, con un valor promedio de 0,98 lo cual se explica por el ajuste de una ecuación por punto de observación que toma en cuenta lo local y cercano, de allí que su valor sea tan alto, por explicar muy bien el valor de la variable dependiente en este caso el Volumen.

Para el caso del ancho de banda, es notable que en promedio de los 75 muestreos su área de influencia sea de 22,4 metros, siendo tomado este valor como referencia para usar dicha ecuación en ese radio de acción. Por tal, dentro de ese radio es indiferente aplicar cualquier ecuación que entre en esa área, ya que existiría un solape de ecuaciones estadísticamente iguales; además que dentro de esa área los individuos muestran autocorrelación espacial y se influyen los unos a los otros, respecto al valor de comparación y tienen dominio en la ecuación local de GWR, en especial por su contribución en la matriz de ponderación espacial, levantada previamente al ajuste de la ecuación de GWR local.

Por ejemplo, para el último muestreo que clasificó para la GWR (ver Apéndice 2), tenemos su expresión gráfica del área de influencia tomada del ancho de banda, en este caso de 19,82 metros, como el área de influencia de la ecuación ubicada como centro, sin embargo, se puede utilizar indistintamente cualquier ecuación dentro de esa área (ver figura 9).

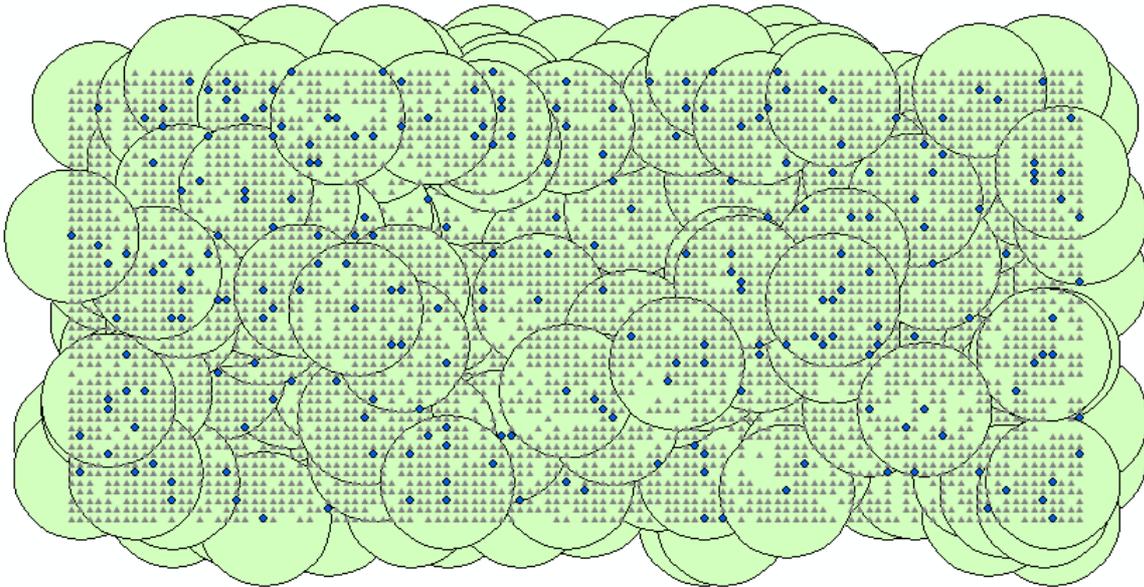


**Figura 9:** Expresión gráfica del ancho de banda de 19,82 m, en el último muestreo que clasifica para la GWR.

Obsérvese que cada uno de los puntos azules pertenece a un punto muestral, que como ya se sabe son 233 puntos muestras árboles (del 5% de 4657 árboles pertenecientes del censo). A cada uno se le fue asignado por el método de GWR un ancho de banda, en la cual la ecuación local tiene

influencia y utilidad. Nótese además el solape entre los círculos o áreas de influencia, en este caso es indistinto el uso de cualquier ecuación dentro de ese solape.

Si se toma como referencia esas áreas de influencia, para la predicción a nivel de la población, se observa lo siguiente gráficamente:



**Figura 10:** Expresión gráfica del ancho de banda de 19,82 m, en el último muestreo que clasifica para la GWR, sobre la ubicación relativa completa de la población.

Obsérvese los puntos azules como puntos muestrales, los triángulos grises como puntos o árboles a predecir a través de la ecuación GWR asignada por el área de influencia, y las respectivas áreas de influencia de los puntos muestrales.

#### 5.4 Comparación entre la GWR y el MCO, en las variables AIC y $R^2$

	Regresión ponderada geográfica (GWR)		Mínimos cuadrados Ordinarios (MCO)	
	AICc	$R^2$	AIC	$R^2$
<b>Promedio</b>	-1.178,5493	0,9801	129,4	0,9963

**Tabla 7:** Valores promedio comparativos de AIC, AICc y  $R^2$  en los MCO y la GWR.

Si se observa el  $R^2$  promedio (coeficiente de determinación) de la regresión por MCO, es evidente su pequeña ventaja ante GWR ( $R^2 = 0,9963 > R^2 = 0,9801$ ), pero este resultado se basa en un supuesto cumplido para los MCO, el de homocedasticidad y no autocorrelación espacial, por esto los 25 muestreos que clasificaron para el MCO ajustan una ecuación con altos valores de  $R^2$  (al cumplir estos los 2 principios de no autocorrelación espacial y homocedasticidad), por cumplir que las varianzas sean constantes a lo largo de las observaciones o iguales a cero (Dresdner *et al.*, 2007).

Respecto al AICc, vale señalar que de acuerdo a la teoría entre más pequeño sea el AIC mejor será el modelo ajustado, por tener este mayor verosimilitud y por ende menor entropía en el modelo ajustado; de allí la particularidad de ajustar en ambos modelos sus AIC más bajos, y comparativamente entre ambos modelos, es visible que la GWR muestra mayor verosimilitud de acuerdo al AICc, lo que implica entonces ajustar aquel modelo con mayor entalpía, es decir, que ajuste una ecuación con menor efecto aleatorio. Vale recordar que el AIC como criterio de selección del mejor modelo, no proporciona en términos absolutos un indicador de la calidad del modelo por no tener un rango definido, por tal no aplica un uso de hipótesis nula y su escala es infinita, siendo mejor los modelos de menor AIC (Caballero D., 2011), por ello se puede realizar una comparación de los modelos siendo mejor la GWR.

Sin embargo, vale la interrogante de qué es la verosimilitud, definida entonces como aquello con apariencia de verdadero, congruente y coherente dentro de un contexto; estadísticamente es aquel valor con mayor probabilidad de ocurrir según lo observado, con esto se escoge el modelo más compatible con los valores de comparación y observación (mayor entalpía).

### **5.5 Comparación entre la GWR y el MCO, en muestreos con y sin AE**

A manera de comparación para evaluar cómo será el comportamiento de la GWR y el MCO en sus ajustes de modelos, se estableció un ejemplo de 2 casos con y sin autocorrelación espacial teniendo los siguientes resultados (ver tabla 8):

	Regresión ponderada geográfica (GWR)		Mínimos cuadrados Ordinarios (MCO)	
	AICc	R <sup>2</sup>	AICc	R <sup>2</sup>
<b>Muestreo con AE</b>	-1133,039	0,967	-1049,657	0,948
<b>Muestreo sin AE</b>	-1117,366	0,961	-1083,495	0,953

**Tabla 8:** Valores comparativos de AICc y R<sup>2</sup> en los casos con y sin Autocorrelación Espacial (AE) para MCO y GWR.

Obsérvese que los valores de AICc son menores en la GWR y los de R<sup>2</sup> son superiores igualmente en la GWR, con lo cual se puede entrever que quizás el criterio para medir la AE por el índice de Moran no necesariamente muestra en su totalidad la autocorrelación espacial, y quizás dentro de sus parámetros se mide una AE limitada, y posiblemente hayan valores de AE que se estén obviando por los parámetros de este índice; también es observable que la GWR al igual como en los resultados anteriores muestra superioridad sobre el método de MCO (ver tabla 7), al tener mayor R<sup>2</sup> (coeficiente de determinación), menor valor de AICc, por tal mayor verosimilitud, menor información perdida y mayor entalpía en su modelo.

Para concluir en la comparación del método de MCO y de la GWR, y como es de esperar a nivel de una variable ambiental, el hecho que tenga un acomodo espacial que responda generalmente a una distribución gradual y sistemática del volumen a lo largo de una plantación. Es lógico pensarlo así y los resultados así lo avalan, que se cumpla para el volumen por constituir una variable respuesta de las condiciones ambientales, cumpliendo así el principio de Tobler que señala: *“que todo está relacionado con todo, pero las cosas próximas entre sí están más relacionadas que las distantes”*. Por esto mismo se encontró 75 casos con AE, que señala que existe mayor probabilidad a nivel de plantaciones, el hecho de encontrar autocorrelación espacial positiva, porque se encuentran árboles de volúmenes altos agrupados con árboles de igual o semejante tendencia.

## 5.6 Índice de Moran Global para la población

Al medir la AE a toda la población, tenemos los siguientes resultados obtenidos para las variables DAP, Altura y Volumen (ver tabla 9):

	IM Observado	IM Esperado	Desviación Estándar	P – Value
Diámetro a la altura pecho (DAP)	0,01444741	-0,0002147766	0,0004175646	0,000
Altura	0,04575642	-0,0002147766	0,0004174996	0,000
Volumen	0,02725212	-0,0002147766	0,0004175626	0,000

**Tabla 9:** Índices de Moran Global (IM) para el censo poblacional en sus 3 variables.

Obsérvese inicialmente que la probabilidad de ocurrencia de aceptar la hipótesis nula es reducida a cero ( $P - Value = 0$ ), lo cual permite afirmar que los datos en sus 3 variables espacialmente, no responden en su totalidad a una completa aleatorización (siendo esta la hipótesis nula), sino que al contrario exhiben autocorrelación espacial (AE).

La columna del IM Observado señalan que a nivel de población, esa AE es positiva, lo cual es normal a nivel de las variables ambientales, en especial por tratarse de árboles clones de mismas edades, que permiten afirmar que la expresión de sus dimensiones (en DAP, Altura o Volumen) son el resultado únicamente ambiental.

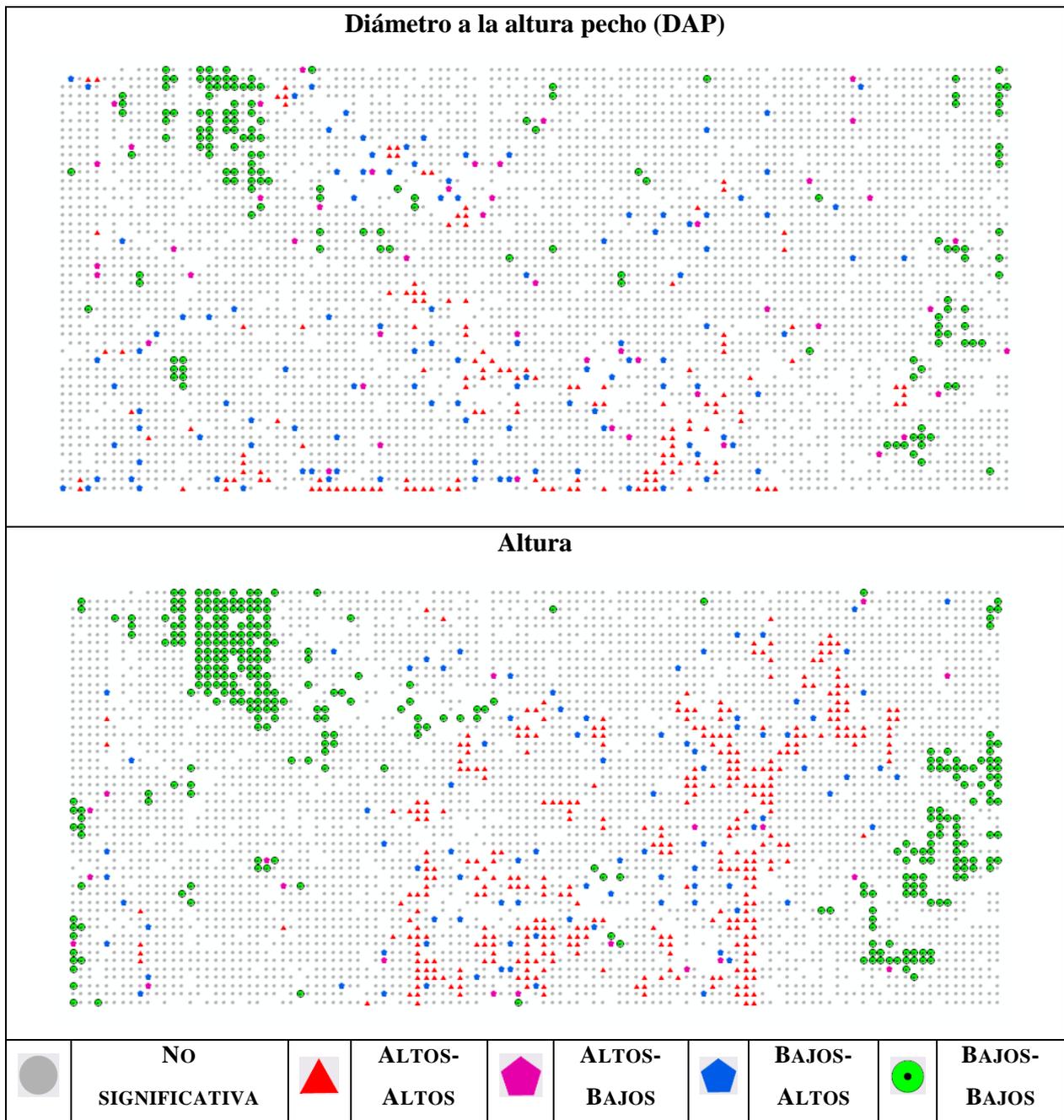
Vale señalar, que estos valores poblacionales permiten aseverar que en la medida que se aumente la intensidad de muestreo (recordando que fue en este caso del 5%), la distancia promedio entre individuos será cada vez menor, lo cual influencia altamente a afirmar que a mayor intensidad de muestreo existirá mayor probabilidad de encontrar AE significativa, teniendo como meta que al 100% de intensidad de muestreo (sea igual entonces el censo poblacional), la AE sea significativa, positiva (en este caso) e igual a la poblacional (ver tabla 10).

VALORES DE AE DE LA MUESTRA POBLACIONAL	ÍNDICE DE MORAN GLOBAL		VALORES DE AE DEL CENSO POBLACIONAL
	INTENSIDAD DE MUESTREO (%)		
0%			100%
MAYOR	Distancia promedio entre puntos muestrales (árboles)		MENOR
MENOR PROBABILIDAD DE AE	PROBABILIDAD DE AUTOCORRELACIÓN ESPACIAL $P = 1 - (P\text{-VALUE})$		MAYOR PROBABILIDAD DE AE
AE NO SIGNIFICATIVA	AE SIGNIFICATIVA	AE ALTAMENTE SIGNIFICATIVA	AE SIGNIFICATIVA IGUAL A LA POBLACIONAL

**Tabla 10:** Cuadro comparativo del Índice de Moran Global, en función de la intensidad de muestreo (%), de la distancia promedio entre puntos y del comportamiento de la probabilidad de la autocorrelación espacial (AE).

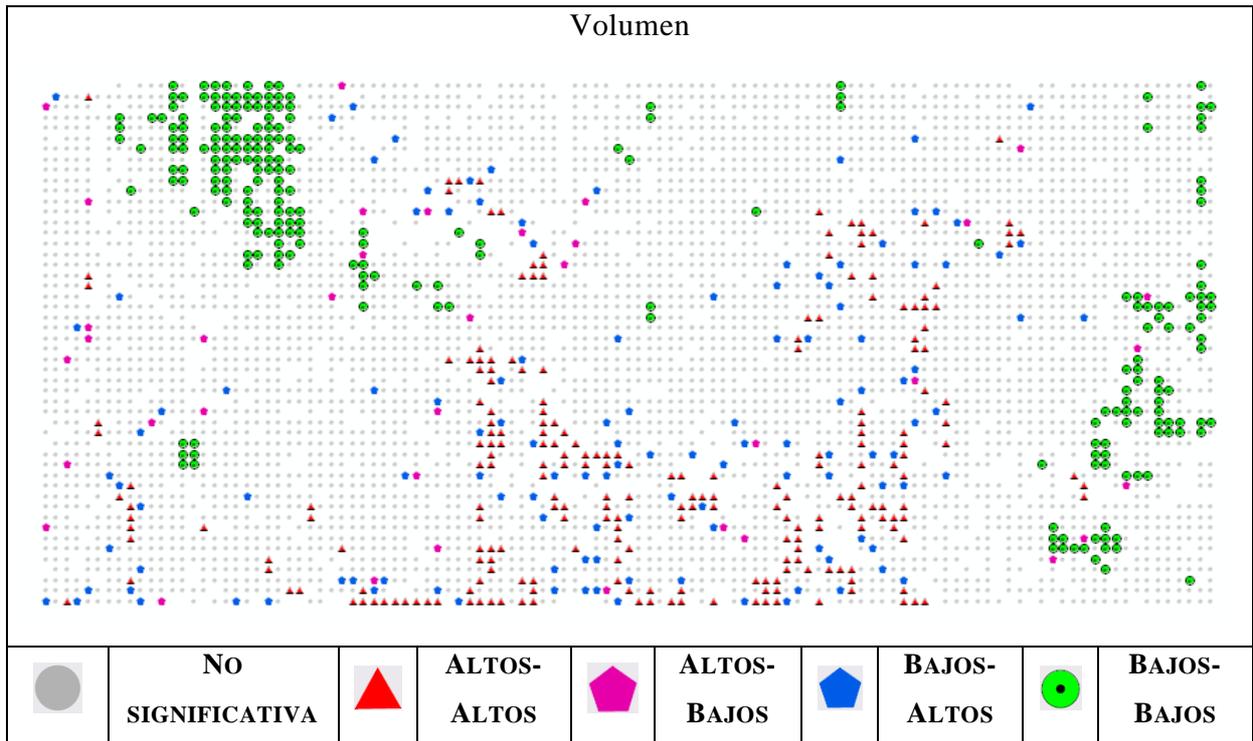
### 5.7 Expresión gráficas del Índice Local de Moran - Anselin de la población (Cluster espacial)

Es importante señalar, que la interrogante de saber cuáles son los espacios locales que permiten y provocan la AE, se observa gráficamente en los mapas del Índice Local de Moran-Anselin (Clusters espacial), visto de la siguiente manera (ver figura 11 y 12):



**Figura 11:** Mapas de clusters espaciales en las variables DAP y Altura de la población censo.

Obsérvese para el caso del diámetro a la altura pecho, poca agrupación de valores bajos-bajos (3,29%), sin embargo es la porción más visible gráficamente. Para el caso de la altura, existe una mayor agrupación de valores bajos-bajos (7,04%) y altos-altos (7,69%), en comparación con las restantes variables, lo cual se puede explicar a través de una competencia entre individuos en el crecimiento vertical de los árboles (porcentajes en la tabla 11 más adelante).



**Figura 12:** Mapa de clusters espacial del Volumen de la población censo.

Para el volumen es notable que la mayor agrupación de árboles con valores bajos-bajos (5,02%) (porcentajes en la tabla 12 más adelante); e igualmente se observan muy pocos casos de autocorrelación espacial inversa o competitiva donde los árboles con volúmenes altos-bajos o viceversa, se rodean de individuos de tendencias opuestas; lo cual se explica con los 3 casos de AE negativa o inversa, pero no significativas (ver Apéndice 1).

Tipo de Clusters Espaciales	DAP (%)	Altura (%)	Volumen (%)
<b>Altos – Altos</b>	3,20	7,69	5,00
<b>Altos – Bajos</b>	1,03	0,43	0,79
<b>Bajos – Altos</b>	2,38	1,93	2,68
<b>Bajos – Bajos</b>	3,29	7,04	5,02
<b>Total de agrupamiento de árboles</b>	<b>9,90</b>	<b>17,09</b>	<b>13,51</b>

**Tabla 11:** Valores porcentuales (%) de los clusters espaciales para las 3 variables DAP, Altura y Volumen en función de los 4657 árboles del censo de la plantación.

Nótese que el mayor agrupamiento de individuos a nivel porcentual, existe para la variable altura del censo poblacional con un 17,09%. Otro elemento resaltante es que apenas el rango de árboles

con Clusters definido es relativamente pequeño (9,90-17,09%), siendo esta baja cantidad de individuos la que provoca autocorrelación espacial significativa, lo que destaca la gran sensibilidad del Índice de Moran.

Adicionalmente, producto de que esta plantación es de un mismo clon de individuos de mismas edades, se asevera que el factor de AE es únicamente de carácter ambiental. Sin embargo, no se sabe qué condiciones ambientales están expresando que los grupos Clusters (altos-altos y bajos-bajos) tengan una expresión espacial, se desconoce entonces las condiciones ambientales como tipo de suelo (descripción del sitio) o el historial de la plantación (algún evento influyente, como un incendio, entre otros), pero que a fin de cuentas tienen una expresión numérica en el desarrollo de los individuos clones.

### 5.8 Cuadro comparativo de la predicción a nivel de la población con el último muestreo con AE (que clasificó para GWR, ver apéndice 2), a través del método de GWR y por los MCO, con los valores del censo poblacional

	MCO (**)	GWR (*)	Censo Poblacional
<b>Total de Volumen para las 4,8 ha (m<sup>3</sup>)</b>	1095,959	1076,116	1074,050
<b>Diferencia respecto a la población (m<sup>3</sup>)</b>	21,909	2,066	0
<b>Porcentaje (%) de sobreestimación</b>	2,03%	0,19%	---

**Tabla 12:** Cuadro comparativo entre la predicción de la Regresión Ponderada Geográfica (GWR) y el método por Mínimo Cuadrado Ordinario (MCO), respecto a la población. (\*) Fórmulas por punto de observación en el apéndice 4. (\*\*) Ecuación del método por MCO, donde el  $\beta_0$  es igualado a cero, evitando las predicciones negativas o iguales a cero, por no ser congruentes con la realidad de volúmenes positivos. (\*\*) Ecuación por MCO [Volumen (m<sup>3</sup>) = 0,024328\*DAP (cm) – 0,006183\*Altura (m)], con un R<sup>2</sup> ajustado = 0,9495.

Nótese la ventaja claramente observable de la GWR respecto a los MCO, en comparación con la predicción a nivel de la población, sólo distanciándose del valor del censo poblacional un 0,19% muy reducido en comparación con el de MCO de 2,03%.

Esto en buena medida es explicado por la ventaja de la GWR en crear ecuaciones zonales o locales, que sólo toman en cuenta una distancia fija en el espacio donde participan un número determinado de vecinos en la creación de la ecuación zonal, además de ponderarlos de acuerdo a su distancia del valor central y de tomar en cuenta la heterocedasticidad, la heterogeneidad espacial y la autocorrelación espacial; siendo entonces preferible ajustar la predicción de la población de acuerdo a la Regresión Ponderada Geográfica, observándose su superioridad para con el MCO en los resultados de la predicción del volumen poblacional (tabla 12), también observable en sus mejores AICc y sus  $R^2$  (tabla 8).

### 5.9 Análisis de la Autocorrelación Espacial, la Escala y el Error Máximo Tolerable

El error en el espacio siempre está asociado a la escala, por tal los errores tienen o no aceptabilidad en tanto que estén por debajo de un umbral definido, siendo un ejemplo de ello que los errores estén por debajo del tamaño del pixel espacialmente (Olaya, 2011). Por ello, para los datos satelitales, en una resolución espacial de escala de 1:8000 y de resolución espacial de 4 m, tenemos:

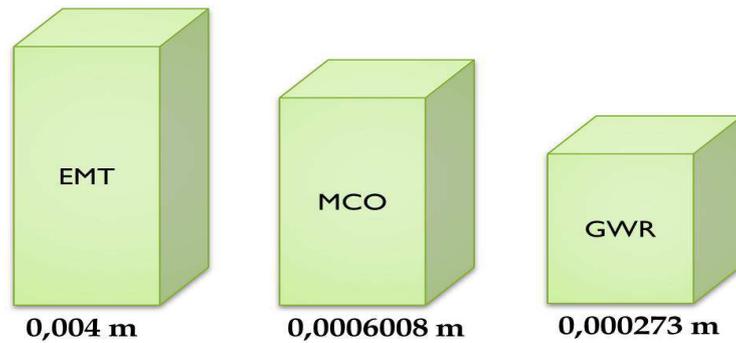
	<b>Resolución Espacial (m)</b>	<b>Escala</b>
	4	1:8000
<b>Entre 1000</b>	0,004	1:8

**Tabla 13:** Cuadro de escala y resolución espacial, modificado de Lencinas 2009.

	<b>Total en m<sup>3</sup> para las 4,8 ha</b>	<b>En metro lineal</b>	<b>Por Individuo (entre 4657)</b>
<b>Error en MCO</b>	21,909	2,798	0,0006008
<b>Error en GWR</b>	2,066	1,27	0,000273

**Tabla 14:** Error en m<sup>3</sup> para el método de MCO y la GWR, en el total de las 4,8 ha, en metro lineales y por individuo del censo.

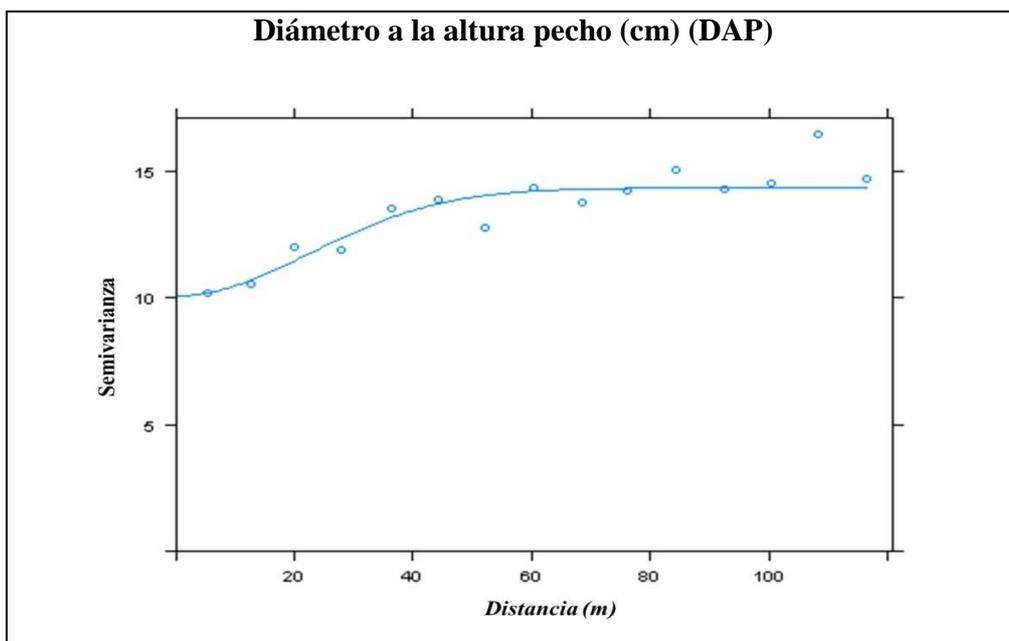
Si se asume la distancia promedio del último muestreo con AE, a 8 metros entre individuos, como escala a usar comparada con la misma escala de la tabla 13 (fila entre 1000), asumiendo entonces como tamaño mínimo del pixel de acuerdo con la escala tenemos:

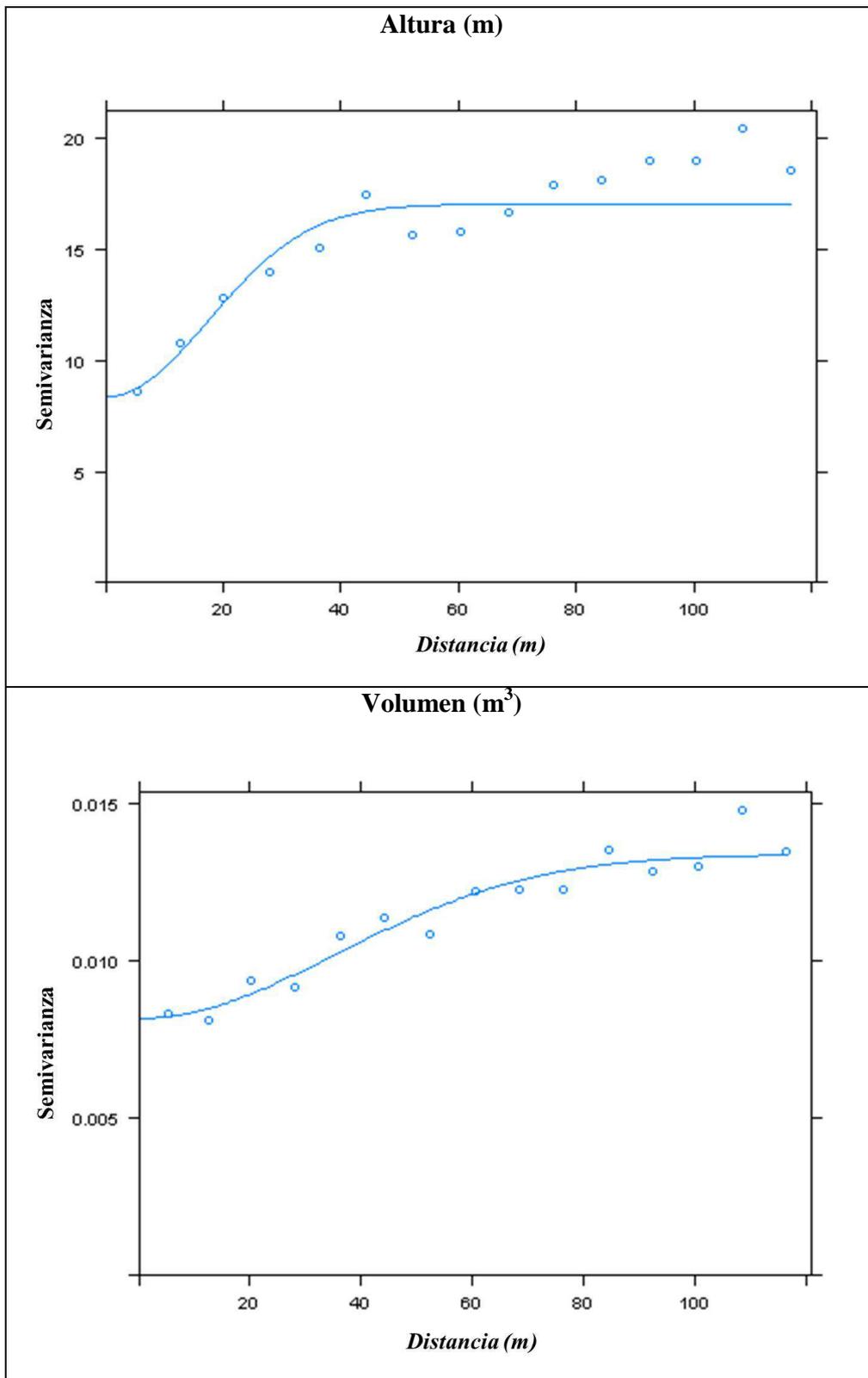


**Figura 13:** Comparación del error lineal del método por MCO y de la GWR, en comparación con el Error Máximo Tolerable (EMT).

Obsérvese que aunque se ha afirmado la superioridad de la GWR, ésta junto con el MCO tiene errores aceptables, por debajo del error máximo tolerable para dicha escala, sin embargo, a nivel de pixeles (en esta escala de 1:8) muestra así una pequeña superioridad sobre el método de MCO.

**5.10 Análisis estructural de la dependencia espacial con el último muestreo con AE (que clasificó para GWR, ver apéndice 2 N°: 75), para las 3 variables DAP, Altura y Volumen**





**Figura 14:** Semivariograma empírico y modelo Gaussiano ajustado, en las 3 variables DAP, Altura y Volumen calculados por Mínimos Cuadrados Ponderados (WLS).

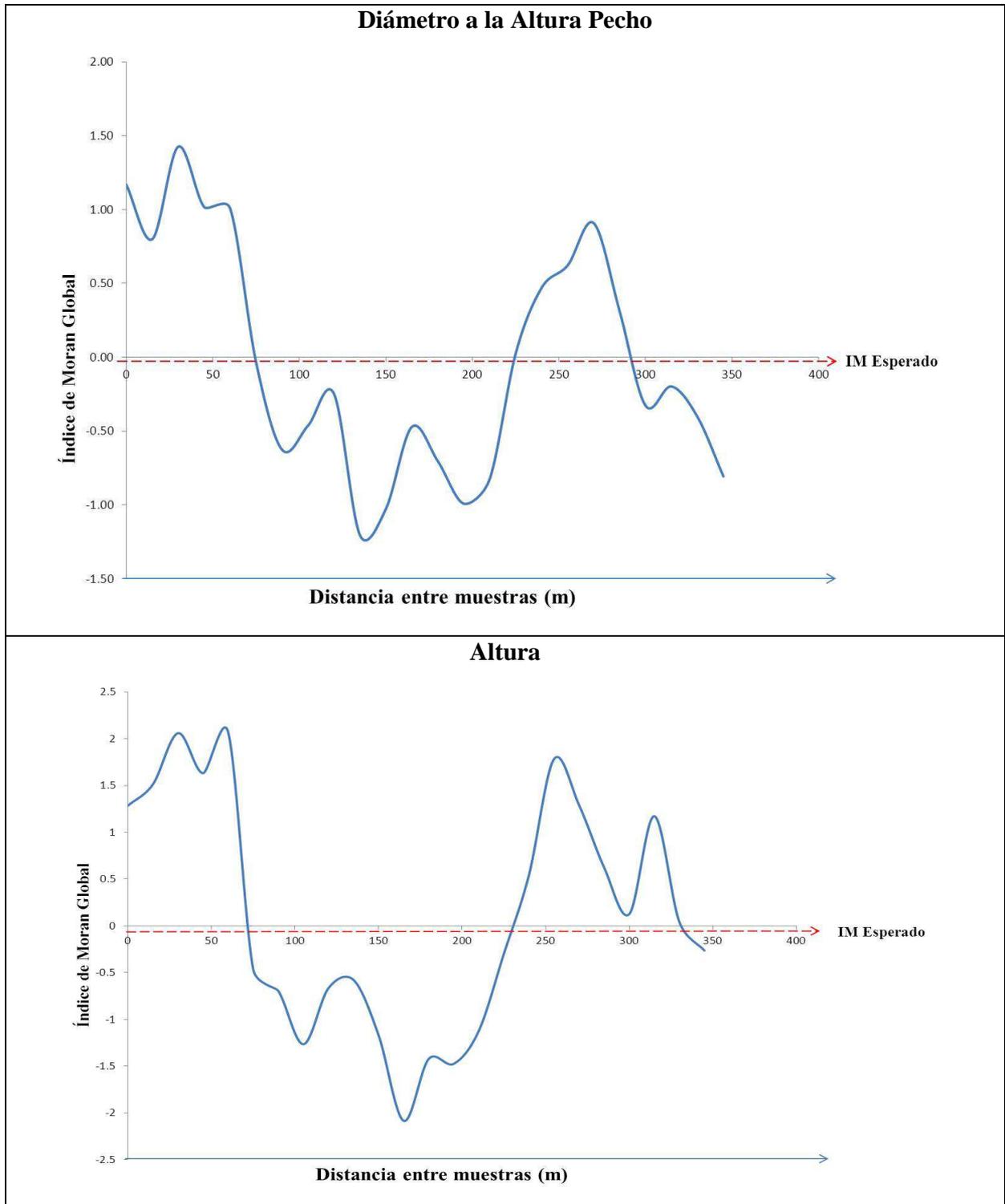
<b>Modelo Gaussiano</b>	<b>DAP</b>	<b>Altura</b>	<b>Volumen</b>
<b>Sill</b>	4,247	8,678	0,0052
<b>Rango (m)</b>	31,905	24,331	50,476

**Tabla 15:** Cuadro del *Sill* y *Rango (m)* de los gráficos del semivariograma en las 3 variables DAP, Altura y Volumen.

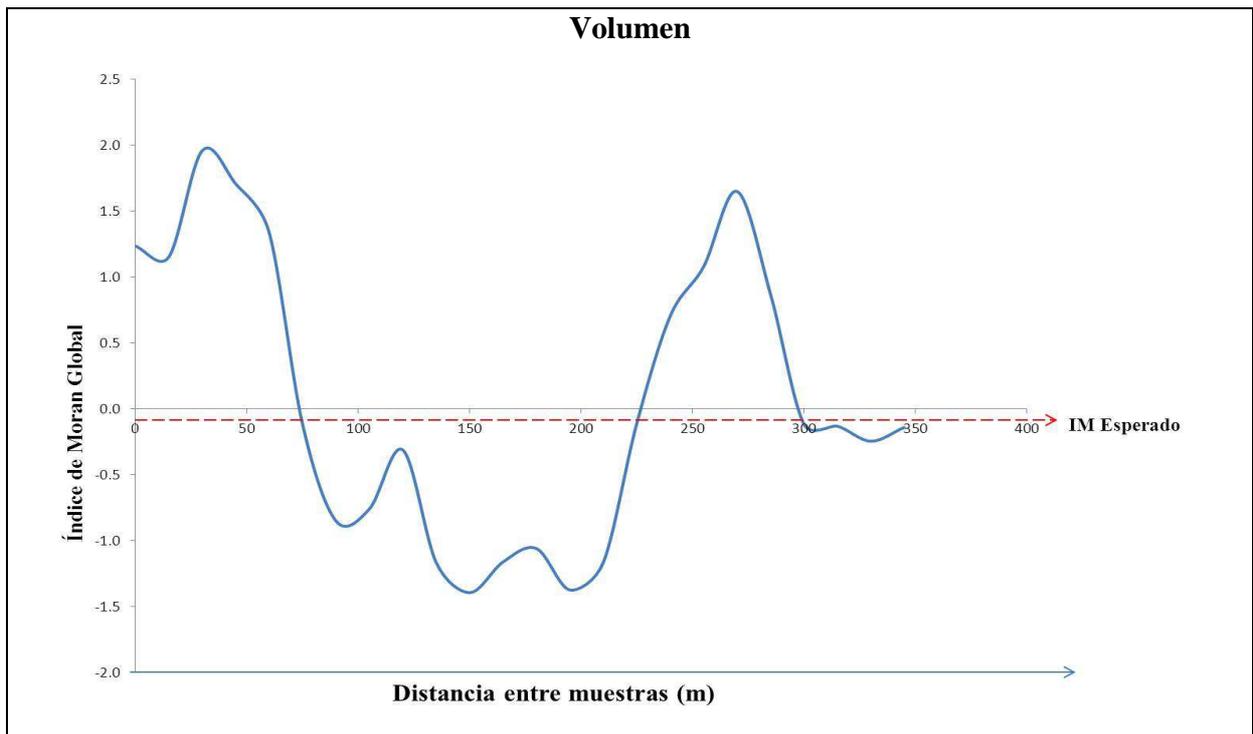
Antes de la interpretación de los valores y gráficos, vale recordar que los variogramas y semivariogramas son elementos claves para definir la autocorrelación espacial en la distancia. A partir de ellos, se puede ver el patrón de organización espacial de variables continuas o discretas en el espacio, como por ejemplo los Kriging (Olaya, 2011).

Obsérvese los gráficos de la semivarianza (figura 14) y el cuadro del *Sill* (valor máximo del semivariograma) y *Rango* (tabla 15), donde muestran la variabilidad de los datos a medida de la distancia. Mostrándose la máxima variabilidad respecto a la distancia para el volumen, teniendo un rango de 50,47 metros, como máxima distancia donde puede existir dependencia espacial de los datos, es decir, que distancias superiores a esta no revelarán generalmente dependencia espacial. Mientras que existe menor rango en el semivariograma para el DAP y la Altura, con 31,90 metros y 24,33 metros respectivamente.

**5.11 Análisis del índice de Moran con el último muestreo con AE (que clasificó para GWR, ver apéndice 2 N°: 75), para las 3 variables DAP, Altura y Volumen**



**Figura 15:** Gráfico del Índice de Moran para el muestreo con AE, en las variables DAP y Altura.



**Figura 16:** Gráfico del Índice de Moran para el muestreo con AE, en la variable Volumen (gráficos del Índice de Moran obtenidos de gvSIG 1.12.0).

Nótese que para las 3 variables, el Índice de Moran se mantiene positivo hasta aproximadamente los 75 metros de distancia entre muestras, donde cambia la tendencia a negativa de la AE, al estar los valores ubicados por debajo del Índice de Moran Esperado (señalado con una flecha discontinua roja), volviendo a cambiar la tendencia a positiva a unos 225 metros aproximadamente, durando unos 75 metros en esta tendencia.

Este resultado se puede tomar como referencia para distanciar los puntos muestrales en promedio menor a los 75 metros iniciales, para así mantener la tendencia positiva de la AE; sin embargo, el hecho de usar como referencia dicha distancia no incluye que esta AE sea significativa, con lo cual su utilización debe ser bien razonada, ya que sólo muestra AE positiva dentro de esos 75 metros en promedio de distancia entre muestras.

## CAPÍTULO VI

### CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

---

#### **Ley de Tobler, heterogeneidad espacial, heterocedasticidad y la autocorrelación espacial.**

La ley geográfica de Tobler (1970) nos señala: “*que todo está relacionado con todo, pero las cosas próximas entre sí están más relacionadas que las distantes*”, la heterogeneidad espacial nos afirma que los cambios en el espacio son graduales y sistemáticos (Anselin, 1.992), mientras que la heterocedasticidad muestra que las varianzas no son iguales en el espacio (Dresdner *et al.*, 2007), por tal esa variación es la consecuencia de la autocorrelación y de la heterogeneidad espacial.

En ese sentido se puede determinar inicialmente, que cualquier ciencia que considere el estudio de las variables ambientales (incluso en otros campos de las ciencias, como las sociales) debe evaluar las implicaciones de la *Ley geográfica de Tobler*, ya que obviarla aumentaría las probabilidades de sesgo y errores de las observaciones en la interpretación de la realidad, en especial tratándose en este caso, de la predicción del volumen en las plantaciones forestales (Olaya, 2011).

También es importante recordar, que los muestreos forestales tradicionales de parcela no incluyen dentro de sus análisis si la *Ley de Tobler*, la *heterogeneidad espacial* y la *heterocedasticidad* se manifiestan; esto en buena medida por la homogeneización de los árboles dentro de la parcela, asumiendo como unidad de muestreo la parcela y no el árbol, lo cual trae como consecuencia que se oculte la autocorrelación espacial (AE) y la heterocedasticidad de los individuos dentro de esa sumatoria de volúmenes representados en la parcela.

Adicionalmente, ese volumen estimado es proyectado por ecuaciones obtenidas por el método de mínimos cuadrados ordinarios (MCO), que son el resultado de muestras destructivas de tumbas de árboles, a los cuales se les ajusta una ecuación general de utilidad dentro de la plantación para la predicción del volumen a futuro, sin embargo se está obviando un principio fundamental de los MCO, que es que los datos no reflejen heterocedasticidad y AE, contravenir este principio teórico implicaría errores en las predicciones con sus consecuencias económicas negativas (Dresdner *et al.*, 2007).

En tal sentido, se puede recomendar que los muestreos a nivel forestal, tanto en plantaciones como en Bosque Natural, deban incluir la *ley geográfica de Tobler*, la AE de los datos, la heterocedasticidad y la heterogeneidad espacial, así pues, cualquier afirmación en especial la predicción del volumen estará más adecuada a la realidad. Por ello y como es de esperar en plantaciones, al existir heterogeneidad espacial, el método por MCO no es el adecuado para la predicción del volumen, y como opción es recomendable aplicar la Regresión Ponderada Geográfica (GWR) que ajusta sus ecuaciones locales a la heterogeneidad espacial y pondera a los vecinos de acuerdo a la distancia al punto de muestra central, ajustando así ecuaciones locales o zonales más acertadas en la realidad para la predicción del volumen en plantaciones (Charlton M, 2009 y Fotheringham *et al.* 2002).

Otra recomendación que puede derivarse de la AE, es su posible utilidad en el Bosque Natural, no sólo en la predicción de volumen, sino en la evaluación entre especies vegetales e individuos de una misma especie, para evaluar qué patrones de organización espacial pueden tener dichos individuos, entre otras interrogantes a nivel espacial.

### **Estratificación en campo.**

Uno de los muestreos aplicados a nivel forestal es el muestreo estratificado, que agrupa individuos en estratos aparentemente homogéneos dentro sí, lo que implica que las varianzas son iguales a cero al repartirse igualmente en el espacio, cumpliendo el principio de los MCO de la homocedasticidad. Sin embargo, se ha acostumbrado a estratificar en campo bajo un criterio generalista, como tipo de suelo -tanto en características físicas como químicas-, pero en la práctica la estratificación en campo se viene realizando con un criterio propiamente visual, lo que implicaría posibles errores en las predicciones.

En tal sentido, es recomendable que la estratificación en campo sea la consecuencia de un análisis exploratorio de datos, que pueda entonces identificar los grupos *Clusters* de las plantaciones, para así poder posteriormente estratificar y conseguir la homocedasticidad de los datos. Quizás una correcta estratificación, puede significar mantener el mismo tipo de muestreo que se viene realizando (muestreo por parcela) al no infringir el requisito de los MCO de la homocedasticidad (Dresdner *et al.*, 2007).

Obsérvese los ejemplos de las figuras 11 y 12 donde es claramente visible ejemplos de posibles estratos asociados a los grupos *Clusters* en DAP, Altura y Volumen.

### **La Autocorrelación Espacial en el Índice de Moran.**

El criterio utilizado para medir la AE en este estudio fue a través del Índice de Moran (IM), sin embargo los resultados de la tabla 8 nos muestran que quizás para esos muestreos la AE no fue del todo medida por el IM, ya que en un muestreo sin AE la GWR sostuvo una superioridad sobre el método de MCO; lo cual deja la posibilidad de afirmar que quizás este índice no muestra del todo la AE y sus límites pueden dejar algunos casos no bien evaluados, con lo cual se pudiese recomendar seguir el estudio de la AE con otros parámetros o límites.

Pero a pesar de esto, contrariamente el mismo IM muestra una alta sensibilidad a pequeños grupos que provoquen la AE de los datos, donde bajos porcentajes de agrupamientos en el espacio, provocan la sensibilidad de la AE en el Índice de Moran, visible en los porcentajes mostrados de la tabla 11 donde el más bajo es de 9,90% (ver tabla 11).

### **Análisis estructural de la dependencia espacial.**

La figura 14 muestra un pequeño análisis estructural del muestreo 75 de la GWR, revelando para el volumen que a 50,47 metros los datos muestran un estabilización en el semivariograma (ver tabla 15, valor del rango), pudiéndose afirmar que a partir de esa distancia los datos no presentarán AE o dependencia espacial; sin embargo, una afirmación así implicaría mayores estudios del análisis estructural de los datos, para así asociar la AE producto de la intensidad de muestreo (como ha sido en esta investigación), y la AE en la distancia de los puntos muestrales. En tal sentido, se puede recomendar los análisis estructurales de los datos a futuro y evaluar su comportamiento.

### **Operatividad de la Regresión Ponderada Geográfica (GWR).**

Como se ha demostrado, la GWR es más adecuada a la hora de predecir los volúmenes a nivel de las plantaciones forestales; sin embargo, el actual estudio se basó únicamente en un censo de árboles, lo cual puede considerarse ventajoso ante la realidad en las plantaciones forestales, ya que generalmente no se cuenta con un censo del rodal y al contrario, es a través de muestreos a diferentes intensidades que se logra una predicción del volumen en pie.

Por esto es recomendable a futuro, aplicar la GWR en los muestreos y para ello es necesario convertirlo en operativo para predicciones en plantaciones destinadas a diferentes fines, con diferentes tratamientos silviculturales, a diferentes edades y que no necesariamente sean árboles clones; igualmente, sería recomendable evaluar la GWR con muestras provenientes de tumba de árboles, para así tener una interpretación sobre volúmenes reales y no proyectados.

### **Uso de funciones en base a distancia y Análisis Exploratorio de Datos Espaciales (AEDE)**

Otra alternativa recomendada, es realizar de alguna forma algún AEDE especialmente aplicando funciones en base a distancia (K, L ó G) para determinar el grado de agrupamiento de los muestreos realizados y el peso de las variables analizadas en base a la distancia.

Por último, estas son recomendaciones para mejorar las predicciones de volumen, en especial en plantaciones forestales, sin embargo queda por probarse estas técnicas de autocorrelación espacial (AE) y regresión ponderada geográfica (GWR) en más plantaciones clonales o provenientes de semillas sexuales, y su aplicabilidad en aquellos casos de verdaderos muestreos, donde no se disfrute de un censo poblacional previo.

Es evidente además, que los resultados, análisis y conclusiones obtenidas cubren más alcance que los objetivos planteados, dejando incluso muchas posibilidades de estudio de la Geoestadística en el sector forestal, en especial aquel que depende y toma decisiones en función de las características ambientales, así la AE y la GWR son un ejemplo claro de la aplicabilidad de la Geoestadística a futuro en otros casos de estudio del sector forestal y ambiental.

## CAPÍTULO VII BIBLIOGRAFÍA

---

- Benavente, J., Otero, A., & Vásquez, J. (Agosto de Agosto, 2007). *Econometría I*. Universidad de Chile, FEN.
- Caballero D., F. (2011). *Selección de Modelos mediante Criterios de Información en Análisis Factorial. Aspectos Teóricos y Computacionales. Tesis Doctoral*. Granada.
- Caballero Díaz, F. (2011). *Selección de modelos mediante criterios de Información en Análisis Factorial. Aspectos Teóricos y Computacionales*. Recuperado el 3 de junio de 2013, de Universidad de Granada, Departamento de Estadística.:  
<http://digibug.ugr.es/bitstream/10481/19428/1/19964808.pdf>
- Celemín, J. (2009). *Revista Universitaria de Geografía*. Recuperado el 01 de mayo de 2013, de V.18 No:1; Bahía Blanca: [http://bibliotecadigital.uns.edu.ar/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0326-83732009000100002](http://bibliotecadigital.uns.edu.ar/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0326-83732009000100002)
- Charlton, M., & Fotheringham, A. S. (March 3 2009). *Geographically Weighted Regression, White Paper*. Maynooth, Co Kildare, IRELAND: National Centre for Geocomputation. National University of Ireland Maynooth.
- Collazos Reyes, E., Gamboa Pérez, W., Prado Velasco, P., & Verardi, V. (abril de 2006). *Revista Latinoamericana de Desarrollo Económico. La Paz, Bolivia. Versión impresa ISSN 2074-4706*. Recuperado el 2013 de julio de 7, de Análisis espacial del precio de oferta de la vivienda en el área metropolitana de Cochabamba: [http://www.scielo.org.bo/scielo.php?pid=S2074-47062006000100003&script=sci\\_arttext](http://www.scielo.org.bo/scielo.php?pid=S2074-47062006000100003&script=sci_arttext)
- Costa Ferreira, P. G., De Almeida, E. S., & Da Silva Alvim, M. I. (2004). *Aplicação Da Lei de Verdoorn Local para a Fruticultura: Uma Análise do Período de 1990 a 2004*. Recuperado el 01 de junio de 2013, de Universidade Federal de Juiz de Fora (Ufjf). MG - Brasil:  
<http://ageconsearch.umn.edu/bitstream/102480/2/489.pdf>
- Dresdner Cid, J., & Vásquez Lavin, F. (Noviembre de 2007). *Nociones de Econometría Intermedia. 2da Edición*. Obtenido de Universidad de Concepción, Chile:  
[http://www.sibudec.cl/ebook/UDEC\\_Nociones\\_de\\_Econometria\\_intermedia.pdf](http://www.sibudec.cl/ebook/UDEC_Nociones_de_Econometria_intermedia.pdf)

Duque, J., Velásquez, H., & Agudelo, J. (2011). *Ecos de Economía, Medellín, Colombia*. Recuperado el 29 de abril de 2013, de Infraestructura Pública y Precios de Vivienda: Una Aplicación de regresión geográficamente ponderada en el contexto de precios Hedónicos.:

<http://publicaciones.eafit.edu.co/index.php/ecos-economia/article/view/480/453>

Duran, M., Ramirez, R., Moret, Y., & Ruiz, F. (s.f.). Statistical and financial evaluation of two survey's methods in Eucalyptus plantations in Venezuela. 1-2.

ESRI 10.0; Help. (s. f.). Recuperado el 01 de mayo de 2013, de

<http://help.arcgis.com/es/arcgisdesktop/10.0/help/index.html#//005p00000021000000>

ESRI 10.0; Help s. f. (s.f.). Obtenido de

<http://help.arcgis.com/es/arcgisdesktop/10.0/help/index.html#/na/005p00000032000000/>

ESRI 10.1; Help. (s. f.). Obtenido de

<http://resources.arcgis.com/es/help/main/10.1/index.html#//00q8000000n8000000>

Fotheringham, A. S., Brundson, C., & Charlton, M. (2002). *Geographically Weighted Regressions: The analysis of spatially varying relationships*. West Sussex, England.: University of Newcastle, UK. John Wiley & Sons LTD. .

Fuentes, J. V., & Pimentel Bribiesca, L. (1964). *Muestreo Comparativo entre sitios circulares y sitios de dimensiones Variables*. Secretaria de Agricultura y Ganadería. Subsecretaria de Recursos Forestales y de Caza.: Instituto Nacional de Investigaciones Forestales. Mexico.

Lencinas, J. (2009). *Relevamiento de Bosques con Información Satelital: Resolución Espacial y Escala*. Revista Forestal Venezolana.

Matheron, G. (1965). *Las Variables Regionalizadas y su Estimación*. París, Francia: Universidad de París, Facultad de Ciencias.

Naciones Unidas. (2012). Recuperado el 13 de Mayo de 2013, de <http://dds.cepal.org/infancia/guia-para-estimar-la-pobreza-infantil/guia-contenido-442.php>

Olaya, V. (2011). *Sistemas de Información Geográfica*. Versión 1.0 - 911 Pp.

Oliveira F, C. d. (Janeiro de 2011). *Universidade de Brasília, Instituto de Ciências Exatas, Departamento de Estatística*. Recuperado el 1 de Mayo de 2.013, de Análise da dependência espacial no contexto

de dados em painel: O caso espaço-temporal:

[http://repositorio.bce.unb.br/bitstream/10482/8639/1/2011\\_CalebedeOliveiraFigueiredo.pdf](http://repositorio.bce.unb.br/bitstream/10482/8639/1/2011_CalebedeOliveiraFigueiredo.pdf)

Ordóñez Galán, C., Varela González, M., & Reyes Pantoja, A. (2011). *Revista Internacional de Ciencia y Tecnología de la Información Geográfica. Departamento de Ingeniería de los Recursos Naturales y Medio Ambiente (IRNMA)*. Recuperado el 15 de Mayo de 2013, de Escuela Universitaria de Ingeniería Técnica Industrial. Rúa Torrecedeira, 86, 36208 Vigo (España):

[http://geofocus.rediris.es/2011/Articulo1\\_2011.pdf](http://geofocus.rediris.es/2011/Articulo1_2011.pdf)

Ortiz, G. (23 de 12 de 2004). Recuperado el 01 de mayo de 2013, de

<http://www.gabrielortiz.com/index.asp?Info=059>

Ovalles de Chacón, A., & Moret de Rodríguez, C. (1996). *Manual de Estadística II*. Mérida, Venezuela: FACES, ULA.

Peña Sánchez, D., & Arnáiz Tovar, G. (1981). *Criterios de Selección de Modelos ARIMA*. Recuperado el 3 de junio de 2013, de Trabajos de Estadística y de Investigación Operativa:

[http://dmle.cindoc.csic.es/pdf/TESTOP\\_1981\\_32\\_01\\_05.pdf](http://dmle.cindoc.csic.es/pdf/TESTOP_1981_32_01_05.pdf)

Posada, S., & Rosero, R. (2007). *Comparación de modelos matemáticos: Una aplicación en la evaluación de alimentos para animales*. Recuperado el 3 de junio de 2013, de Universidad de Antioquia, Facultad de Ciencias Agrarias: Revista Colombiana de Ciencias Pecuarias:

<http://rccp.udea.edu.co/index.php/ojs/article/viewFile/270/267>

Rivas, L. (2008). *Evaluación del Método de Muestreo de Parcelas de Áreas Fijas Circulares en presencia de Correlación Espacial*. Mérida: Universidad de Los Andes.

Sánchez A, J. (1975). *Estadística Básica Aplicada (a todas las ciencias)*. 3era Edición Corregida.

Sánchez Peña, L. (3 al 5 de septiembre de 2006). *II Congreso de la Asociación Latinoamericana de Guadalajara, México. La Demografía Latinoamericana del Siglo XXI. Desarrollo, Oportunidades y Prioridades*. Recuperado el 4 de abril de 2013, de Método para el Análisis Espacial. Una Aplicación al estudio de la Geografía de la Pobreza.: [http://dds.cepal.org/infancia/guia-para-estimar-la-pobreza-infantil/bibliografia/capitulo-](http://dds.cepal.org/infancia/guia-para-estimar-la-pobreza-infantil/bibliografia/capitulo-IV/Sanchez%20Pegna,%20Landy%20L%20(2006)%20Metodos%20para%20el%20 analisis%20espa)

[IV/Sanchez%20Pegna,%20Landy%20L%20\(2006\)%20Metodos%20para%20el%20 analisis%20espa](http://dds.cepal.org/infancia/guia-para-estimar-la-pobreza-infantil/bibliografia/capitulo-IV/Sanchez%20Pegna,%20Landy%20L%20(2006)%20Metodos%20para%20el%20 analisis%20espa)

cial%20-

%20Una%20aplicacion%20al%20estudio%20de%20la%20geografia%20de%20la%20pobreza.

Santamaría-Ulloa, C. (1 de julio de 2009). *Centro Centroamericano de Población*. Recuperado el 10 de mayo de 2013, de Población y Salud en Mesoamérica. Volumen 7. Número 1. Artículo 1.:  
<http://ccp.ucr.ac.cr/revista/>

Seijas Z, F. L. (1999). *Investigación por Muestreo*. Universidad Central de Venezuela: Ediciones de la Biblioteca – UCV. Ediciones Faces - UCV. Caracas.

## LIBRERÍAS DEL PAQUETE ESTADÍSTICO R - STUDIO

---

### ✓ Índice de Moran:

Paradis, E; Bolker, B; Claude, J; Sien Cuong, H; Desper, R; Durand, B; Dutheil, J; Gascuel, O; Heibl, C; Lawson, D; Lefort, V; Legendre, P; Lemon, J; Noel, Y; Nylander, J; Opgen-Rhein, R; Popescu, A; Schliep, K; Strimmer, K y De Vienne, D. Analyses of Phylogenetics and Evolution. <http://ape-package.ird.fr/>

### ✓ Regresión Ponderada Geográfica (GWR):

Bivand, R; Yu, D., Nakaya, T y Garcia-Lopez, M. 2013. Functions for computing geographically weighted regressions based on work by Chris Brunsdon, Martin Charlton and Stewart Fortheringham. <http://gwr.nuim.ie/>

### ✓ Mínimo Cuadrados Ordinarios (MCO):

R Core Team (autor corporativo): Package: *STATS*. Versión 3.0.1 16 de mayo de 2013.

## APÉNDICES

---

**Apéndice 1.** Resultados del Índice de Moran (IM), de los 100 muestreos realizados al censo de la plantación forestal:

Muestreo	IM Observado	IM Esperado	Desviación Estándar	P - Value
1	0.00495	-0.004310345	0.007749245	0.2320871
2	0.06104331	-0.004310345	0.008227701	2.00E-15
3	0.02076934	-0.004310345	0.007830197	0.001360302
4	0.064297	-0.004310345	0.008676474	2.66E-15
5	0.01710066	-0.004310345	0.007607323	0.004884933
6	0.03038295	-0.004310345	0.008243986	2.57E-05
7	0.02603532	-0.004310345	0.008093929	0.000177408
8	0.0186661	-0.004310345	0.007923359	0.003733578
9	0.02508693	-0.004310345	0.008296724	0.000395245
10	0.04541697	-0.004310345	0.008357284	2.68E-09
11	0.02151396	-0.004310345	0.008039118	0.001316626
12	0.01379872	-0.004310345	0.008046279	0.02440999
13	0.03732364	-0.004310345	0.007771602	8.45E-08
14	0.03824156	-0.004310345	0.007849679	5.93E-08
15	0.02581747	-0.004310345	0.008108057	0.000202572
16	0.02791373	-0.004310345	0.008518321	0.000155003
17	0.02048007	-0.004310345	0.008014988	0.001981397
18	0.03456063	-0.004310345	0.008320955	2.99E-06
19	0.01479347	-0.004310345	0.008276849	0.02099343
20	0.01266931	-0.004310345	0.007663897	0.02672319
21	0.01806331	-0.004310345	0.008115036	0.005832328
22	0.02145541	-0.004310345	0.007631724	0.000735111
23	0.03163763	-0.004310345	0.007960337	6.31E-06
24	-0.001218979	-0.004310345	0.008278615	0.708839
25	0.03351065	-0.004310345	0.007799149	1.24E-06

26	0.02217254	-0.004310345	0.007449564	0.00037804
27	0.008536777	-0.004310345	0.00777946	0.09865372
28	0.02200506	-0.004310345	0.008000249	0.001004286
29	-0.009134522	-0.004310345	0.008041057	0.5485441
30	0.002280805	-0.004310345	0.00784099	0.4005711
31	0.05556769	-0.004310345	0.007862664	2.62E-14
32	0.06272739	-0.004310345	0.008125932	2.22E-16
33	0.0248322	-0.004310345	0.007734709	0.000164718
34	0.03616037	-0.004310345	0.007970418	3.82E-07
35	0.01401729	-0.004310345	0.008377567	0.02869121
36	0.005551401	-0.004310345	0.008179515	0.2279471
37	0.01684315	-0.004310345	0.008005985	0.008236704
38	0.007024474	-0.004310345	0.008060859	0.1596781
39	0.006188613	-0.004310345	0.007907741	0.1842835
40	0.01488807	-0.004310345	0.007679132	0.01241666
41	0.008549681	-0.004310345	0.008167193	0.1153498
42	0.01241102	-0.004310345	0.007955683	0.03556958
43	0.04611648	-0.004310345	0.007542997	2.31E-11
44	0.02533533	-0.004310345	0.008216495	0.000308486
45	0.009803826	-0.004310345	0.007709345	0.06713231
46	0.03661418	-0.004310345	0.008489949	1.43E-06
47	0.00588914	-0.004310345	0.008076027	0.2066131
48	0.02512977	-0.004310345	0.008228205	0.000346298
49	0.01866934	-0.004310345	0.007991815	0.004035122
50	0.003398025	-0.004310345	0.007556495	0.3076817
51	0.03004869	-0.004310345	0.007675878	7.60E-06
52	0.03108763	-0.004310345	0.007786599	5.47E-06
53	0.02639938	-0.004310345	0.007599082	5.32E-05
54	0.04610025	-0.004310345	0.008188889	7.46E-10
55	0.01666276	-0.004310345	0.008302985	0.01153788

56	0.01710494	-0.004310345	0.008137884	0.00849953
57	0.02678667	-0.004310345	0.008452805	0.000234243
58	0.01094928	-0.004310345	0.007986581	0.05604849
59	0.03853675	-0.004310345	0.00767086	2.33E-08
60	0.03026962	-0.004310345	0.008734501	7.53E-05
61	0.03451202	-0.004310345	0.008500828	4.95E-06
62	0.006009956	-0.004310345	0.007634283	0.1764277
63	0.01021823	-0.004310345	0.008126029	0.07379124
64	0.02767503	-0.004310345	0.008130049	8.35E-05
65	0.01552645	-0.004310345	0.007766653	0.0106463
66	0.01144758	-0.004310345	0.008277851	0.05695897
67	0.03072112	-0.004310345	0.007828922	7.65E-06
68	0.000611485	-0.004310345	0.007838781	0.5300812
69	-0.004968083	-0.004310345	0.008045296	0.934842
70	0.01326241	-0.004310345	0.008109212	0.030234
71	0.01310497	-0.004310345	0.007954652	0.0285733
72	0.00415664	-0.004310345	0.008140624	0.2982979
73	0.01183519	-0.004310345	0.007578229	0.03312911
74	0.009228203	-0.004310345	0.008461776	0.1096063
75	0.03188917	-0.004310345	0.007900595	4.61E-06
76	0.02454837	-0.004310345	0.00813083	0.000386264
77	0.02450474	-0.004310345	0.008039345	0.000338038
78	0.02567306	-0.004310345	0.008276408	0.000291481
79	0.003849279	-0.004310345	0.008358926	0.3289867
80	0.02288632	-0.004310345	0.008232948	0.000955225
81	0.009104169	-0.004310345	0.008009616	0.09397325
82	0.02501931	-0.004310345	0.007873199	0.00019512
83	0.05044753	-0.004310345	0.008265463	3.47E-11
84	0.01836911	-0.004310345	0.007753175	0.003442544
85	0.01829758	-0.004310345	0.007868322	0.004062294

<b>86</b>	0.02924882	-0.004310345	0.008045276	3.03E-05
<b>87</b>	0.03279963	-0.004310345	0.007890649	2.56E-06
<b>88</b>	0.001211094	-0.004310345	0.008422805	0.5121237
<b>89</b>	0.03017307	-0.004310345	0.007794893	9.70E-06
<b>90</b>	0.009780528	-0.004310345	0.008349289	0.09147394
<b>91</b>	0.02157342	-0.004310345	0.007662613	0.000730339
<b>92</b>	0.02643086	-0.004310345	0.007628569	5.58E-05
<b>93</b>	0.02226431	-0.004310345	0.008084751	0.001012575
<b>94</b>	0.02539237	-0.004310345	0.008256064	0.000321063
<b>95</b>	0.009998888	-0.004310345	0.0084411	0.09004019
<b>96</b>	0.04293122	-0.004310345	0.008275612	1.14E-08
<b>97</b>	0.01801718	-0.004310345	0.008236254	0.006710413
<b>98</b>	0.01851676	-0.004310345	0.007387668	0.002002283
<b>99</b>	0.02576059	-0.004310345	0.007588707	7.41E-05
<b>100</b>	0.06504505	-0.004310345	0.007810461	0

Obsérvese las 25 casillas sombreadas de amarillo (en la columna de P-Value), correspondientes para aquellos muestreos con autocorrelación espacial no significativa; sin embargo, es visible en 3 filas de ellas las casillas sombreadas de verde (en la columna de IM Observado), haciendo alusión a los 3 casos no significativos pero presentes de autocorrelación espacial negativa o inversa.

**Apéndice 2.** Resultados de los 75 casos que clasificaron para la Regresión Ponderada Geográfica (GWR), respecto al ancho de banda (Bandwidth), el criterio de información de Akaike corregido (AICc) al que se ajustaron las ecuaciones y el  $R^2$  global del muestreo:

<b>No. de GWR</b>	<b>Ancho de Banda (m)</b>	<b>AICc</b>	<b>R<sup>2</sup> - Global</b>
1	18.41299	-1226.364	0.9866839
2	23.28679	-1201.475	0.9821257
3	21.78797	-1134.405	0.9788401
4	20.69781	-1138.979	0.9781501
5	20.97408	-1179.871	0.9799146
6	20.5513	-1179.721	0.9841756
7	39.67497	-1102.605	0.9653505
8	19.21876	-1215.087	0.9808648
9	21.65824	-1179.775	0.9816919
10	22.41547	-1171.207	0.9809266
11	19.99753	-1133.485	0.9803011
12	22.25474	-1174.593	0.9795489
13	23.85319	-1076.655	0.9745649
14	29.71729	-1192.41	0.9729281
15	22.46247	-1172.007	0.9762774
16	22.10169	-1219.4	0.9798811
17	19.7308	-1220.361	0.9853093
18	26.07856	-1131.254	0.975743
19	22.38871	-1192.947	0.9809534
20	23.96775	-1130.263	0.9774706
21	17.27279	-1171.918	0.9850329
22	19.59115	-1172.465	0.9821915
23	21.61088	-1155.722	0.9756097
24	23.42282	-1163.104	0.9772949
25	25.28874	-1154.758	0.9749043
26	22.07211	-1184.562	0.9832965

<b>27</b>	21.4029	-1180.205	0.9807164
<b>28</b>	19.24533	-1122.458	0.9807295
<b>29</b>	19.229	-1192.584	0.9866568
<b>30</b>	24.84872	-1115.921	0.973637
<b>31</b>	21.20407	-1184.655	0.980875
<b>32</b>	30.58304	-1175.164	0.9689233
<b>33</b>	27.03925	-1054.812	0.9686749
<b>34</b>	21.7606	-1287.888	0.9871385
<b>35</b>	20.00335	-1186.337	0.9815239
<b>36</b>	28.75993	-1151.02	0.9756391
<b>37</b>	22.9023	-1215.11	0.9835347
<b>38</b>	23.65688	-1202.819	0.9788614
<b>39</b>	22.82926	-1214.851	0.9800084
<b>40</b>	19.77697	-1089.717	0.9800011
<b>41</b>	22.70496	-1214.978	0.9845041
<b>42</b>	20.94055	-1166.635	0.9814279
<b>43</b>	25.82108	-1123.125	0.9682011
<b>44</b>	24.78597	-1205.089	0.9792147
<b>45</b>	22.15909	-1228.65	0.9840343
<b>46</b>	27.05382	-1121.571	0.974355
<b>47</b>	21.60476	-1208.627	0.9817925
<b>48</b>	23.92183	-1263.821	0.98352
<b>49</b>	21.1411	-1217.226	0.9823692
<b>50</b>	23.07734	-1198.663	0.9810112
<b>51</b>	21.96616	-1174.515	0.9799561
<b>52</b>	20.11445	-1239.441	0.9852579
<b>53</b>	21.01119	-1147.387	0.9798671
<b>54</b>	22.1687	-1230.747	0.9832331
<b>55</b>	21.25066	-1170.555	0.9819208
<b>56</b>	21.19701	-1238.767	0.9820129

<b>57</b>	19.73296	-1173.115	0.9825283
<b>58</b>	20.40063	-1161.48	0.9789079
<b>59</b>	24.39946	-1138.707	0.9762652
<b>60</b>	24.02249	-1179.685	0.9783544
<b>61</b>	16.85988	-1195.495	0.9885491
<b>62</b>	21.28342	-1222.925	0.9828775
<b>63</b>	25.40874	-1210.444	0.9780148
<b>64</b>	19.64105	-1223.584	0.985523
<b>65</b>	21.69907	-1147.887	0.976892
<b>66</b>	20.01144	-1191.61	0.9831338
<b>67</b>	23.13507	-1168.621	0.9773499
<b>68</b>	20.29371	-1165.352	0.9806127
<b>69</b>	22.4655	-1207.283	0.9826187
<b>70</b>	21.36809	-1145.87	0.9832948
<b>71</b>	25.40387	-1220.014	0.9794915
<b>72</b>	16.75701	-1138.77	0.9855819
<b>73</b>	21.99478	-1203.315	0.9820244
<b>74</b>	20.37649	-1243.63	0.9850025
<b>75</b>	19.82494	-1154.686	0.9833954
<b>Promedio</b>	<b>22.3963796</b>	<b>-1178.549387</b>	<b>0.980133961</b>

Nótese el último caso de GWR (casillas sombreadas en verde), de la cual se extrajo la predicción ejemplo para toda la plantación de 4,8 ha (ver tabla 13) y otros ejemplos (ver tablas 9, 13 y 14, figuras 13, 14 y 15).

**Apéndice 3.** Resultados de los 25 casos que clasificaron para el método de Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO), con sus respectivos  $\beta_0$ ,  $\beta_1$  y  $\beta_2$ . Además del criterio de información de Akaike (AIC) al que se ajustaron las ecuaciones y el  $R^2$  de cada ecuación lineal que represente el muestreo respectivo:

No. de MCO	$\beta_0$	$\beta_1$ * DAP (cm)	$\beta_2$ * Altura (m)	AIC	$R^2$
1	-5.17214	0.14012	0.06453	127.2	0.996058892
2	-5.10825	0.13967	0.06243	133.3	0.996668299
3	-5.04631	0.1421	0.05857	124.8	0.996740959
4	-5.0749	0.1417	0.0599	130.7	0.996906667
5	-5.0554	0.14086	0.05973	138.7	0.997299841
6	-5.12174	0.14057	0.06243	121.6	0.994473228
7	-5.12146	0.13922	0.06338	130.4	0.997205294
8	-5.05337	0.13632	0.06276	134.4	0.997466923
9	-5.10625	0.13914	0.06277	135.4	0.99628492
10	-5.10612	0.14029	0.06206	128.6	0.996783107
11	-5.1116	0.14035	0.06222	126	0.996579589
12	-5.068	0.14043	0.06049	134.5	0.996531759
13	-5.13405	0.13936	0.06376	128.6	0.996927195
14	-5.13179	0.14377	0.06088	123.3	0.995734848
15	-5.1478	0.14013	0.06371	128.4	0.995774155
16	-5.13376	0.13979	0.06342	133	0.997069702
17	-5.12629	0.14088	0.06236	130.5	0.995877259
18	-5.17194	0.14123	0.06389	122.8	0.994199118
19	-5.09459	0.14077	0.06135	131.3	0.996698609
20	-5.12316	0.13776	0.06425	132.9	0.996216406
21	-5.17236	0.14069	0.06423	120.7	0.996164234
22	-5.14176	0.14018	0.06338	128.8	0.996410305
23	-5.13713	0.13918	0.06397	126.1	0.995362987
24	-5.08527	0.13992	0.06159	128.4	0.996189434
25	-5.03112	0.13908	0.05998	134.8	0.996930469
<b>Promedio</b>	<b>-5.111062</b>	<b>0.14014</b>	<b>0.062322</b>	<b>129.4</b>	<b>0.996342168</b>

**Apéndice 4.** Resultado de la GWR en sus 233 ecuaciones, donde: **Vol E** = Volumen Estimado. **Vol R** = Volumen real del punto muestral. **DAP** = Diámetro a la altura pecho. **Alt** = Altura total. Coordenadas (**x-y**).

Regresión Ponderada Geográfica (GWR)						Muestreo 75 de la GWR						
Ecuación de GWR			GWR Error		Vol E	Valores Poblacionales						
No. W	$\beta_0$	$\beta_1 * \text{DAP}$	$\beta_2 * \text{Alt}$	Error (Vol R-Vol E)		Vol R	DAP	Alt	No. Muestra	No. Árbol - Censo	x	y
1	-0.304541654	0.026352328	0.004804584	0.016284096	0.343715904	0.36	19.13	30	1	1418	99	39
2	-0.24174131	0.018593313	0.006892832	-0.011500544	0.261500544	0.25	18.91	22	2	1671	159	135
3	-0.239910656	0.016048761	0.008493102	0.020074914	0.019925086	0.04	8.12	15.25	3	4625	330	21
4	-0.245728011	0.018737763	0.007009225	-0.001508915	0.281508915	0.28	19.16	24	4	2424	174	120
5	-0.389912619	0.024183178	0.009169986	-0.009398164	0.169398164	0.16	12.89	27	5	3924	279	123
6	-0.43328177	0.024930073	0.010370506	-0.007471402	0.257471402	0.25	18.14	23	6	3365	240	102
7	-0.411448936	0.026670493	0.008628277	-0.007904927	0.457904927	0.45	24.67	24.5	7	2862	207	0
8	-0.368032424	0.025130455	0.008004279	0.027992398	0.392007602	0.42	20.37	31	8	3438	246	72
9	-0.251348874	0.025253673	0.003540946	-0.003473065	0.263473065	0.26	16.46	28	9	1940	138	87
10	-0.502563684	0.027446603	0.011236259	-0.006262516	0.316262516	0.31	18.78	27	10	1732	123	30
11	-0.268574312	0.016895315	0.009075226	-0.012798016	0.212798016	0.2	15.6	24	11	16438	321	0
12	-0.383171085	0.026958781	0.007549247	0.0082138	0.1217862	0.13	11.87	24.5	12	2823	204	24
13	-0.243449752	0.020141058	0.006157105	0.005460562	0.274539438	0.28	15.63	33	13	44562	159	99
14	-0.285786568	0.021576135	0.006577509	0.002786576	0.087213424	0.09	12.41	16	14	3986	285	27
15	-0.224650142	0.019810814	0.005480699	0.030125085	0.319874915	0.35	19.74	28	15	2022	144	126
16	-0.211969592	0.016159028	0.006574896	0.002520393	0.197479607	0.2	15.37	24.5	16	382	24	132
17	-0.234232043	0.020325601	0.005437838	-0.012247654	0.172247654	0.16	13.31	25	17	1953	138	147
18	-0.233082449	0.016149397	0.007409113	-0.010048297	0.130048297	0.12	13.31	20	18	812	54	141
19	-0.384783375	0.026719667	0.007738861	-0.012031559	0.222031559	0.21	15.18	26	19	2868	207	21
20	-0.556869482	0.029551116	0.011745389	0.010806182	0.409193818	0.42	20.37	31	20	1724	123	6
21	-0.245603643	0.019112396	0.006396973	-0.008626585	0.108626585	0.1	11.84	20	21	1032	69	129
22	-0.218974503	0.024269376	0.002614811	0.032178738	-0.002178738	0.03	7.64	12	22	1671	117	105
23	-0.250747184	0.019473306	0.006774645	0.014818647	0.295181353	0.31	17.25	31	23	2469	177	111

24	-0.320743193	0.02347802	0.007201739	-0.009767041	0.309767041	0.3	18.88	26	24	3691	264	57
25	-0.412060325	0.023861407	0.010277215	-0.004717949	0.314717949	0.31	19.26	26	25	3574	255	99
26	-0.339797267	0.020680547	0.009254389	0.010916209	0.079083791	0.09	10.41	22	26	4274	303	138
27	-0.228837126	0.01862679	0.006455879	0.029189925	0.000810075	0.03	7.13	15	27	2161	156	117
28	-0.316037122	0.020162951	0.008569927	-0.000293211	0.100293211	0.1	10.66	23.5	28	4614	327	132
29	-0.231787669	0.01879593	0.005934013	-0.002972295	0.072972295	0.07	9.9	20	29	991	66	126
30	-0.262338098	0.017902746	0.007816495	-0.012907218	0.122907218	0.11	12.35	21	30	994	66	141
31	-0.186362723	0.024226229	0.000912528	0.002148689	0.067851311	0.07	9.74	20	31	825	57	30
32	-0.232906591	0.021837018	0.004316242	-0.016632746	0.216632746	0.2	16.04	23	32	1195	81	117
33	-0.305345399	0.022464358	0.00690847	0.009316365	0.360683635	0.37	21.96	25	33	3726	267	15
34	-0.231052941	0.015670119	0.007578152	-0.007341618	0.107341618	0.1	12.89	18	34	763	51	144
35	-0.244787564	0.017308792	0.007232271	-0.009584628	0.139584628	0.13	13.85	20	35	4519	321	66
36	-0.389179927	0.021546248	0.011108294	-0.006316184	0.316316184	0.31	20.37	24	36	166	9	90
37	-0.295085813	0.022213189	0.006666777	-0.001639089	0.281639089	0.28	18.46	25	37	3815	273	30
38	-0.17689128	0.015915423	0.005794209	0.021984506	-0.001984506	0.02	6.53	12.25	38	191	12	21
39	-0.345483754	0.022925487	0.008273071	0.00157018	0.30842982	0.31	18.78	27	39	246	15	66
40	-0.278873802	0.023119442	0.005718209	-0.011648384	0.201648384	0.19	14.23	26.5	40	2372	171	90
41	-0.222925244	0.022138604	0.003614255	0.013529334	0.046470666	0.06	9.23	18	41	41395	90	84
42	-0.537741902	0.029842313	0.010994967	-0.012680175	0.372680175	0.36	20.56	27	42	43862	144	27
43	-0.489616282	0.029460704	0.009626789	-0.003118038	0.223118038	0.22	15.37	27	43	44927	168	9
44	-0.177599289	0.015755735	0.005999428	-0.004281416	0.244281416	0.24	18.78	21	44	55	3	27
45	-0.229988869	0.021342642	0.00444947	0.012022218	0.307977782	0.32	19.89	25.5	45	1151	78	117
46	-0.178935475	0.023503502	0.000981727	-0.014112176	0.084112176	0.07	10.44	18	46	871	60	51
47	-0.219644256	0.015112492	0.00739913	-0.00200322	0.15200322	0.15	14.8	20	47	678	45	141
48	-0.274791476	0.028137024	0.002665046	0.007555646	0.342444354	0.35	19.19	29	48	1899	135	75
49	-0.217721279	0.022563497	0.003166982	-0.006975719	0.096975719	0.09	11.14	20	49	1353	93	93
50	-0.319085211	0.029536482	0.003369843	0.006100619	0.523899381	0.53	25.46	27	50	41613	84	3
51	-0.392165322	0.024269945	0.00919416	0.001302751	0.308697249	0.31	18.46	27.5	51	3276	234	117
52	-0.408504247	0.025735081	0.008973374	9.19E-05	0.159908141	0.16	13.37	25	52	3184	228	99
53	-0.282524979	0.021820688	0.00640395	0.00251695	0.10748305	0.11	11.27	22.5	53	2763	198	126

54	-0.228493201	0.024553658	0.002917745	-0.013086379	0.073086379	0.06	10.5	15	54	1748	123	96
55	-0.172544374	0.019483048	0.00293414	-0.014101107	0.224101107	0.21	16.97	22.5	55	846	57	105
56	-0.406927319	0.026684342	0.008438714	0.005749072	0.524250928	0.53	26.99	25	56	2951	213	0
57	-0.366662395	0.022733424	0.009416827	-0.016745982	0.216745982	0.2	16.55	22	57	3659	261	81
58	-0.252661453	0.01867472	0.007223673	-0.006537627	0.256537627	0.25	18.37	23	58	2258	162	144
59	-0.258094542	0.022524407	0.005018214	-0.000897802	0.310897802	0.31	19.58	25.5	59	273	18	54
60	-0.197462577	0.016031868	0.005939769	-0.003385652	0.183385652	0.18	15.79	21.5	60	673	45	126
61	-0.35525699	0.023236242	0.008358296	-0.005955096	0.205955096	0.2	14.8	26	61	3240	231	147
62	-0.222522507	0.024438988	0.002739565	-0.027692309	0.247692309	0.22	16.55	24	62	1553	108	129
63	-0.204401731	0.015977627	0.006338651	-0.004073893	0.174073893	0.17	14.96	22	63	471	30	129
64	-0.354531568	0.027884004	0.006006944	0.028177741	0.411822259	0.44	20.59	32	64	3042	219	42
65	-0.338662782	0.025950521	0.006484929	0.00324904	0.33675096	0.34	18.78	29	65	3395	243	60
66	-0.292297264	0.01900778	0.008573423	-0.013625603	0.133625603	0.12	14.74	17	66	4127	294	66
67	-0.241841112	0.023290606	0.004070694	0.020714393	0.019285607	0.04	8.59	15	67	1360	93	126
68	-0.336492719	0.028756895	0.004576989	-0.022589755	0.182589755	0.16	14.39	23	68	45536	174	75
69	-0.17966262	0.021068968	0.002467964	-0.010110468	0.210110468	0.2	15.63	24.5	69	707	48	93
70	-0.319386253	0.023434372	0.006877994	-0.010647299	0.220647299	0.21	15.12	27	70	3069	219	129
71	-0.18343294	0.024646829	0.000629608	0.032720225	-0.002720225	0.03	7	13	71	962	66	39
72	-0.394476598	0.023365783	0.009945541	-0.009740298	0.219740298	0.21	16.71	22.5	72	3665	261	99
73	-0.401082164	0.032750646	0.004453434	-0.014785257	0.294785257	0.28	17.44	28	73	2397	174	36
74	-0.189352416	0.017329116	0.005305544	0.005277309	0.234722691	0.24	15.44	29.5	74	393	27	18
75	-0.421181537	0.024709985	0.010006709	0.013205141	0.366794859	0.38	19.74	30	75	3800	270	132
76	-0.485626232	0.030064321	0.008944959	-0.010199401	0.310199401	0.3	18.14	28	76	1561	111	6
77	-0.236659609	0.022301475	0.00420498	-0.015519788	0.245519788	0.23	17.19	23.5	77	596	39	81
78	-0.200165426	0.017764476	0.005338927	0.002690179	0.227309821	0.23	16.55	25	78	480	33	6
79	-0.553071462	0.028888426	0.012096311	-0.002349188	0.372349188	0.37	20.31	28	79	1925	138	18
80	-0.260345629	0.021415054	0.005895886	-0.017195688	0.157195688	0.14	12.89	24	80	1235	84	132
81	-0.224571215	0.021269856	0.004540982	0.000296498	0.239703502	0.24	15.85	28	81	1875	132	141
82	-0.279346592	0.018310918	0.00842044	-0.008131788	0.118131788	0.11	12.51	20	82	1073	72	147
83	-0.33894831	0.026878923	0.005974626	-0.014475292	0.224475292	0.21	14.96	27	83	3257	234	57

84	-0.25477473	0.026352416	0.002291039	-0.000514145	0.200514145	0.2	15.06	25.5	84	767	54	6
85	-0.421408399	0.024708479	0.010013939	0.006534921	0.133465079	0.14	12.73	24	85	3535	252	123
86	-0.425917877	0.024574699	0.010275425	0.008553802	0.341446198	0.35	19.1	29	86	3494	249	114
87	-0.29633518	0.020886963	0.007383712	-0.012511357	0.222511357	0.21	16.71	23	87	4446	315	117
88	-0.426191348	0.02644302	0.009176797	0.008902234	0.371097766	0.38	19.74	30	88	42644	114	36
89	-0.296031244	0.021920568	0.00682577	-0.016627718	0.256627718	0.24	18.05	23	89	3853	276	15
90	-0.391510116	0.021792957	0.011000049	0.042474691	0.427525309	0.47	22.44	30	90	207	12	84
91	-0.277446502	0.02036795	0.006905936	0.001220081	0.248779919	0.25	17.19	25.5	91	4565	324	105
92	-0.237518414	0.017010271	0.00759994	0.009026888	0.270973112	0.28	17.83	27	92	4628	330	33
93	-0.231541914	0.020173483	0.005457833	-0.010531733	0.100531733	0.09	11.05	20	93	1990	141	138
94	-0.21059266	0.020206575	0.004571744	0.015089377	0.284910623	0.3	18.3	27.5	94	270	18	42
95	-0.35458441	0.029048619	0.005217351	-0.01175078	0.31175078	0.3	17.73	29	95	2878	207	57
96	-0.36547628	0.023680153	0.00855155	-0.00626622	0.27626622	0.27	17.35	27	96	4015	285	120
97	-0.259542589	0.023102718	0.004625367	-0.002179953	0.202179953	0.2	14.58	27	97	544	36	66
98	-0.220530196	0.023492924	0.003276919	0.017024234	0.032975766	0.05	8.28	18	98	1558	108	144
99	-0.33362582	0.022245884	0.008408907	0.028209938	0.371790062	0.4	20.37	30	99	3918	279	96
100	-0.29298426	0.021171901	0.007077984	-0.004263139	0.174263139	0.17	13.21	26.5	100	2813	201	144
101	-0.219895012	0.023876155	0.002421464	-0.020626313	0.200626313	0.18	15.28	23	101	728	51	15
102	-0.197787853	0.021778413	0.002855309	-0.000996709	0.240996709	0.24	16.87	25	102	661	45	87
103	-0.345924555	0.02343228	0.007901746	-0.009418703	0.229418703	0.22	15.28	27.5	103	3193	228	135
104	-0.330254646	0.028079804	0.004716646	-0.002759093	0.142759093	0.14	12.73	24.5	104	2796	201	87
105	-0.192110306	0.018168935	0.005031855	0.02961466	0.29038534	0.32	18.94	27.5	105	310	21	30
106	-0.258909277	0.02507571	0.003618151	-0.006806724	0.166806724	0.16	13.37	25	106	42186	105	75
107	-0.361332948	0.02743266	0.00633748	-0.018176636	0.288176636	0.27	17.67	26	107	3052	219	75
108	-0.193205441	0.024214783	0.001355224	-0.023948952	0.243948952	0.22	16.71	24	108	1047	72	45
109	-0.289356576	0.0192594	0.008311071	0.000852399	0.079147601	0.08	9.64	22	109	4200	300	3
110	-0.230620291	0.017996997	0.006307272	0.003280181	0.226719819	0.23	16.3	26	110	181	9	135
111	-0.271076238	0.023737756	0.005142433	-0.006131155	0.096131155	0.09	10.92	21	111	2154	156	87
112	-0.216141384	0.022866508	0.002910488	-0.004359143	0.194359143	0.19	14.77	25	112	702	48	72
113	-0.274676609	0.019161486	0.007746045	0.025493736	0.024506264	0.05	9.55	15	113	4299	306	87

114	-0.291241803	0.02090549	0.007174513	-0.006657906	0.166657906	0.16	14.01	23	114	4445	315	114
115	-0.295211034	0.029158165	0.002264154	-0.018510914	0.118510914	0.1	12.83	17.5	115	901	63	0
116	-0.318035829	0.023915485	0.00684296	0.046271497	0.003728503	0.05	8.59	17	116	3650	261	54
117	-0.317285846	0.021629664	0.008128181	-0.020988034	0.190988034	0.17	14.48	24	117	3866	276	60
118	-0.222127173	0.023239646	0.003037043	-0.024662939	0.214662939	0.19	15.92	22	118	1435	99	93
119	-0.250524985	0.01731548	0.007522251	-0.008554412	0.178554412	0.17	15.44	21.5	119	4638	330	78
120	-0.241358363	0.025106876	0.003020778	-0.008232124	0.258232124	0.25	16.65	27	120	1254	87	45
121	-0.192483907	0.022865404	0.00184309	0.003197548	0.156802452	0.16	13.18	26	121	972	66	69
122	-0.36397526	0.027393899	0.006376369	0.015982631	0.414017369	0.43	21.65	29	122	11232	216	87
123	-0.298503058	0.022009921	0.007035652	-0.013486183	0.233486183	0.22	15.22	28	123	4184	297	102
124	-0.189581002	0.023116513	0.001701721	-0.019357434	0.179357434	0.16	14.23	23.5	124	695	48	48
125	-0.229163143	0.020202767	0.0053617	0.007110936	0.282889064	0.29	18.18	27	125	1989	141	135
126	-0.247247334	0.018073883	0.006896166	-0.008027663	0.168027663	0.16	14.01	23.5	126	4515	321	54
127	-0.55287621	0.029052146	0.011997201	-0.007736709	0.337736709	0.33	18.68	29	127	2029	147	6
128	-0.330093197	0.023278942	0.007700765	-0.025325923	0.225325923	0.2	15.92	24	128	3693	264	63
129	-0.22454223	0.016976989	0.006585219	-0.009172723	0.109172723	0.1	12.19	19.25	129	853	57	132
130	-0.190498616	0.023070502	0.001652264	0.014480761	0.335519239	0.35	21.01	25	130	923	63	66
131	-0.258228713	0.01935233	0.006679785	-0.011537657	0.151537657	0.14	12.89	24	131	4331	309	42
132	-0.315631002	0.019817891	0.008743993	-0.004558324	0.234558324	0.23	16.07	26.5	132	4499	318	144
133	-0.271926098	0.022056692	0.006067251	0.004398426	0.045601574	0.05	10.82	13	133	2549	183	102
134	-0.37009999	0.024258222	0.008604704	-0.019813198	0.239813198	0.22	15.92	26	134	3521	252	75
135	-0.286328691	0.020877834	0.007001138	0.005895435	0.274104565	0.28	18.46	25	135	4444	315	111
136	-0.202055803	0.0189073	0.004654326	-0.002445277	0.172445277	0.17	13.53	25.5	136	422	27	117
137	-0.384161259	0.027022955	0.007318838	-0.005551972	0.345551972	0.34	19.42	28	137	1738	123	51
138	-0.402588241	0.027356413	0.007966795	-0.015627666	0.285627666	0.27	17.44	26.5	138	2649	192	18
139	-0.243853197	0.021046494	0.005266455	-0.010331619	0.250331619	0.24	17.35	24.5	139	1153	78	123
140	-0.331312645	0.025717662	0.006351189	-0.002177089	0.162177089	0.16	11.78	30	140	3434	246	57
141	-0.218232274	0.023304249	0.002813251	0.005038171	0.054961829	0.06	9.55	18	141	1396	96	99
142	-0.331278876	0.0253459	0.00628005	-0.015900974	0.245900974	0.23	16.33	26	142	3018	216	111
143	-0.2919992	0.028908673	0.002817637	-0.003423835	0.153423835	0.15	13.02	24.5	143	1897	135	69

144	-0.222894043	0.015865053	0.007112525	0.006022639	0.043977361	0.05	9.2	17	144	761	51	138
145	-0.31082653	0.025604547	0.005405927	-0.018788126	0.288788126	0.27	18.14	25	145	42036	105	57
146	-0.211114612	0.015146171	0.007094378	-0.000583959	0.190583959	0.19	15.28	24	146	473	30	135
147	-0.445383455	0.028371676	0.008622955	-0.011177468	0.311177468	0.3	18.46	27	147	1566	111	21
148	-0.207603033	0.02285581	0.002540453	-6.99E-05	0.250069899	0.25	17.19	25.5	148	744	51	72
149	-0.391557322	0.02658433	0.008033992	0.005762884	0.374237116	0.38	19.74	30	149	2866	207	15
150	-0.320819554	0.020750852	0.00889971	0.017935261	0.042064739	0.06	8.91	20	150	3957	282	84
151	-0.329293163	0.028479511	0.004458437	0.015412418	0.384587582	0.4	20.37	30	151	41974	99	21
152	-0.343174273	0.027681006	0.005674233	-0.008220263	0.228220263	0.22	14.8	28.5	152	3128	225	54
153	-0.190399133	0.022525717	0.001945413	-0.011207397	0.221207397	0.21	16.2	24	153	926	63	75
154	-0.386320484	0.023225669	0.009586436	-0.006719356	0.246719356	0.24	17.35	24	154	4019	285	132
155	-0.281974687	0.020342665	0.007187504	-0.00282043	0.21282043	0.21	14.96	26.5	155	2643	189	144
156	-0.359034621	0.023829851	0.00826048	-0.006901348	0.196901348	0.19	13.97	27	156	3967	282	114
157	-0.251362613	0.018481792	0.006837733	0.005537112	0.074462888	0.08	11.71	16	157	4425	315	51
158	-0.233414278	0.02402037	0.003355388	0.069892269	0.410107731	0.48	22.6	30	158	1442	99	126
159	-0.416820977	0.024521235	0.009983084	-0.009909154	0.219909154	0.21	14.16	29	159	3670	261	114
160	-0.369659674	0.030234019	0.005046072	0.006032759	0.083967241	0.09	12.25	16.5	160	2693	195	45
161	-0.356465304	0.023367081	0.008512765	0.014771094	0.345228906	0.36	19.1	30	161	3880	276	105
162	-0.232414895	0.022633904	0.004287949	0.021444514	0.028555486	0.05	8.12	18	162	1487	102	147
163	-0.357668679	0.0290814	0.005346604	-0.005509444	0.135509444	0.13	12.73	23	163	2876	207	51
164	-0.520467004	0.027988258	0.011504204	-0.001782808	0.361782808	0.36	18.78	31	164	1730	123	24
165	-0.206326109	0.021715944	0.003075584	-0.016862103	0.216862103	0.2	16.23	23	165	1186	81	84
166	-0.182121547	0.018435175	0.004034509	0.030474206	-0.000474206	0.03	6.68	14.5	166	638	42	111
167	-0.353302956	0.025696148	0.007025145	-0.006534076	0.266534076	0.26	15.92	30	167	3339	240	18
168	-0.280368398	0.020007906	0.007410224	-0.015787556	0.195787556	0.18	15.28	23	168	4159	297	15
169	-0.276818804	0.018762409	0.008125691	0.007883397	0.282116603	0.29	18.53	26	169	4280	306	9
170	-0.295124943	0.022081674	0.006675089	0.008390114	0.091609886	0.1	10.41	23.5	170	47178	207	135
171	-0.34050176	0.021722345	0.009002411	-0.016522546	0.266522546	0.25	18.62	22.5	171	284	18	87
172	-0.265281068	0.017249982	0.008704034	-0.013419318	0.183419318	0.17	15.92	20	172	4459	318	6
173	-0.379940479	0.026449507	0.007526654	-0.001412558	0.291412558	0.29	17.13	29	173	3244	234	9

174	-0.281431671	0.027934841	0.002935686	0.025389242	0.384610758	0.41	20.69	30	174	42767	120	69
175	-0.19805572	0.017910432	0.005206261	-0.014834607	0.194834607	0.18	14.96	24	175	482	33	12
176	-0.258328253	0.019102518	0.007168439	0.016216143	0.293783857	0.31	18.02	29	176	2477	177	135
177	-0.274594443	0.022070335	0.006004376	0.01990138	0.34009862	0.36	20.37	27.5	177	457	30	84
178	-0.288057396	0.021528049	0.006722088	-0.005137552	0.125137552	0.12	12.48	21.5	178	47027	201	135
179	-0.273089846	0.023072777	0.005210745	-0.003777148	0.273777148	0.27	17.83	26	179	499	33	66
180	-0.167887795	0.014715111	0.006148523	-0.014798091	0.204798091	0.19	16.97	20	180	51	3	15
181	-0.363378884	0.023590792	0.008476504	-0.004850926	0.244850926	0.24	16.62	25.5	181	3284	234	141
182	-0.201255588	0.02161113	0.002911652	-0.008083235	0.128083235	0.12	12.41	21	182	1189	81	93
183	-0.502910345	0.030190119	0.00959973	0.003704173	0.416295827	0.42	20.59	31	183	2218	162	12
184	-0.238855772	0.018404993	0.006935676	-0.00801807	0.07801807	0.07	9.68	20	184	2253	162	129
185	-0.362135858	0.027552072	0.00624964	0.002102441	0.417897559	0.42	21.96	28	185	11171	216	81
186	-0.540947809	0.029433215	0.011356749	0.010836127	0.169163873	0.18	14.48	25	186	1962	141	27
187	-0.217538142	0.021697251	0.004066081	-0.007984222	0.197984222	0.19	13.81	28.5	187	1871	132	126
188	-0.274416617	0.019838431	0.007069509	-0.011790861	0.181790861	0.17	14.8	23	188	4643	330	99
189	-0.30487986	0.021708773	0.007226716	-0.008947579	0.158947579	0.15	13.21	24.5	189	2950	210	147
190	-0.255200376	0.016907397	0.008533939	0.021941579	0.298058421	0.32	18.59	28	190	16558	321	12
191	-0.31768769	0.028500404	0.00406866	-0.018208999	0.348208999	0.33	19.51	27	191	44501	153	72
192	-0.369412314	0.031866076	0.003929529	0.002059557	0.167940443	0.17	13.78	25	192	2537	183	60
193	-0.478133123	0.027535463	0.010309752	-0.01237612	0.28237612	0.27	17.51	27	193	1650	117	27
194	-0.305381409	0.023252667	0.006626456	-0.011045907	0.211045907	0.2	14.8	26	194	3644	261	36
195	-0.260639783	0.025699032	0.003353239	-0.008785566	0.148785566	0.14	12.8	24	195	1542	108	75
196	-0.219340298	0.020678991	0.004758741	-0.015940142	0.225940142	0.21	16.01	24	196	1947	138	123
197	-0.287829871	0.027166957	0.003715418	-0.019690693	0.249690693	0.23	16.23	26	197	1375	96	33
198	-0.220867628	0.014622383	0.007760793	-0.003249932	0.073249932	0.07	10.03	19	198	616	39	144
199	-0.174458341	0.020830642	0.002207339	-0.00217418	0.12217418	0.12	11.75	23.5	199	981	66	96
200	-0.396429054	0.024414356	0.009248267	0.003673073	0.316326927	0.32	17.83	30	200	3458	246	141
201	-0.194801011	0.018158054	0.005226096	-0.015919485	0.215919485	0.2	15.28	25.5	201	194	12	36
202	-0.220650027	0.021139343	0.004499878	-0.008320742	0.238320742	0.23	16.39	25	202	1913	135	129
203	-0.245200584	0.017758254	0.007104146	-0.0147326	0.1547326	0.14	14.32	20.5	203	945	63	135

204	-0.356811747	0.021029921	0.009738872	-0.008236803	0.218236803	0.21	16.23	24	204	4196	297	141
205	-0.211959087	0.020856853	0.004186829	0.000222009	0.219777991	0.22	15.28	27	205	353	24	42
206	-0.337148571	0.02344414	0.007558518	0.005174184	0.124825816	0.13	12.29	23	206	3151	225	132
207	-0.344087979	0.02759023	0.005744702	0.02213878	0.04786122	0.07	10.25	19	207	3129	225	57
208	-0.399977389	0.023862524	0.009900549	-0.01165057	0.25165057	0.24	17.35	24	208	3525	252	87
209	-0.318491848	0.025923042	0.005518136	-0.014493028	0.204493028	0.19	14.64	26	209	1537	108	57
210	-0.189524979	0.019537676	0.003805697	-0.013030464	0.163030464	0.15	13.37	24	210	557	36	108
211	-0.546535254	0.029042676	0.01171953	0.000924153	0.399075847	0.4	20.05	31	211	1726	123	12
212	-0.40240964	0.033357861	0.004095059	-0.007120519	0.237120519	0.23	15.98	26	212	2355	171	39
213	-0.400717577	0.031874686	0.005019717	0.001590406	0.468409594	0.47	22.7	29	213	2444	177	33
214	-0.19294854	0.020879326	0.002985664	-0.008529879	0.138529879	0.13	12.73	22	214	1064	72	105
215	-0.334905316	0.025314891	0.00670772	0.032315275	0.427684725	0.46	22.44	29	215	3476	249	60
216	-0.180618732	0.016266987	0.00562521	-0.02170436	0.18170436	0.16	14.32	23	216	306	21	15
217	-0.176028547	0.019118711	0.003281698	0.030808182	-0.010808182	0.02	6.11	14.75	217	847	57	108
218	-0.200882227	0.018807323	0.005077355	-0.010824008	0.230824008	0.22	16.07	25.5	218	195	12	39
219	-0.264404645	0.022653164	0.00512733	-0.002687232	0.112687232	0.11	11.78	21.5	219	547	36	75
220	-0.21594443	0.02392153	0.002762628	0.002241257	0.067758743	0.07	9.55	20	220	1678	117	132
221	-0.248655729	0.018168381	0.006892917	0.001261708	0.218738292	0.22	16.81	23.5	221	4472	318	54
222	-0.404983486	0.024610659	0.009453591	-0.00404099	0.30404099	0.3	17.67	29	222	12785	249	138
223	-0.291286833	0.02061009	0.007317412	0.009429264	0.260570736	0.27	17.19	27	223	4568	324	114
224	-0.422339152	0.033417204	0.004731162	0.029959191	0.540040809	0.57	24.41	31	224	2226	162	42
225	-0.30326715	0.022182189	0.007107207	0.002687341	0.107312659	0.11	10.98	23.5	225	413	27	81
226	-0.202832537	0.022289303	0.002603723	-0.004371141	0.194371141	0.19	14.9	25	226	1098	75	75
227	-0.2571433	0.021891779	0.005520111	-0.003582351	0.283582351	0.28	18.27	25.5	227	1277	87	132
228	-0.365353931	0.027362116	0.00650606	-0.002670878	0.282670878	0.28	16.55	30	228	3053	219	78
229	-0.435243934	0.021666246	0.012848715	-0.011483522	0.251483522	0.24	16.87	25	229	29	0	93
230	-0.363873553	0.030163451	0.004874924	0.00871787	0.41128213	0.42	20.85	30	230	2740	198	51
231	-0.292553837	0.021914187	0.006722288	-0.004594354	0.134594354	0.13	13.05	21	231	3900	279	36
232	-0.255519867	0.023430332	0.004342891	-0.004475355	0.154475355	0.15	13.05	24	232	1345	93	69
233	-0.365310854	0.024786909	0.008113564	0.006587541	0.343412459	0.35	19.1	29	233	3480	249	72

## Apéndice 5. Código de R – Studio aplicado en la Metodología.

```
BW <- 0

#paquetes que se deben instalar: sampling, ape, sp, spgwr, nortest

#cargar paquetes

#cargar base de datos

require("sampling", lib.loc="C:/Archivos de programa/R/R-3.0.1/library")

require("ape", lib.loc="C:/Archivos de programa/R/R-3.0.1/library")

require("sp", lib.loc="C:/Archivos de programa/R/R-3.0.1/library")

require("spgwr", lib.loc="C:/Archivos de programa/R/R-3.0.1/library")

require("nortest", lib.loc="C:/Archivos de programa/R/R-3.0.1/library")

MCO <- function() { print(" *****ejecutando MCO *****")

  GLM.6 <- glm(volumen ~ dbh + height, family=binomial(logit),

    data=arboles.muestreado)

#    summary(GLM.6)

  return(GLM.6 ) }

GWRf <- function() {print(" *****ejecutando GWR *****")

  names(arboles.muestreado)

  attach(arboles.muestreado)

  map = SpatialPointsDataFrame(data=arboles.muestreado, coords=cbind(x,y))

  names(map)

  bwG <- gwr.sel(volumen ~ dbh+height, data=map, gweight = gwr.Gauss,

    verbose = TRUE, show.error.messages = T, method="aic")

  gwrG <- gwr(volumen ~ dbh+height, data=map,bandwidth = bwG,

    gweight = gwr.Gauss, hatmatrix = TRUE)

  BW[i] <- gwrG$bandwidth    return(gwrG) }
```

```

carton2011 <- read.csv("C:/Documents and
Settings/Administrador/Escritorio/Luis_Doc_F_Ing_F_TSU_Agro/ULA/Tesis_SIG/DEF/carton2011.csv")

semilla= 22

set.seed(semilla)

for(i in 1:5) {

  #muestreo aleatorio 5%

  muestra <- sample( 1:nrow( carton2011 ), 233 )

arboles.muestreado <- carton2011[ muestra, ]

muestra

#estadisticos descriptivos

summary(arboles.muestreado[,c("dbh", "height", "volumen")], statistics=c("mean", "sd"), quantiles=c(0,
.25,.5,.75,1))

#Test de Normalidad

lillie.test(arboles.muestreado$volumen)

#convertir la muestra en datos espaciales

coords.arboles <- cbind(arboles.muestreado$x, arboles.muestreado$y)

# plot(coords.arboles)

#I de moran

arboles.dists <- as.matrix(dist(cbind(arboles.muestreado$x, arboles.muestreado$y)))

arboles.dists.inv <- 1/arboles.dists

diag(arboles.dists.inv) <- 0

arboles.dists.inv[is.infinite(arboles.dists.inv)] <- 0

#Ajuste mínimos cuadrados ordinarios

MI = Moran.I(arboles.muestreado$volumen, arboles.dists.inv)

MI

ifelse( MI$p.value > 0.05 , print( MCO() ) , print( GWRf() ) ) }

```