Transformación del lenguaje natural al lenguaje algebraico en educación media general

Translation of Natural Language into Algebra in High-School Education

Jessefh Rafelsson Marquina Quintero
elcrak8@gmail.com

Guillermo Alejandro Moreno
morenoguillermo@hotmail.com

Alirio Alberto Acevedo Barrios
alirio22@gmail.com

Universidad de Los Andes.
Facultad de Humanidades y Educación.
Escuela de Educación.
Mérida, estado Mérida. Venezuela

Artículo recibido: 10/06/2013
Aceptado para publicación: 19/08/2013

Resumen

Este estudio tiene como objetivo identificar las posibles causas o factores que intervienen y dificultan la transformación del lenguaje natural al lenguaje algebraico. Se basó en el enfoque cuantitativo y un diseño de investigación cuasi-experimental. Se trabajó con una prueba específica (objetiva) de cinco (05) ítems, basada en la utilización de un método de resolución de problemas, determinado en los contenidos de los programas de matemática de educación media general. Se dedujo que los estudiantes no poseen dominio en la resolución de problemas matemáticos que procedan de un lenguaje natural o común, que impliquen la elaboración de una expresión algebraica. Se sugieren unas recomendaciones pertinentes, tanto a estudiantes como a docentes, con la intensión de minimizar la problemática planteada.

Palabras clave: transformación, lenguaje natural y algebraico, variable, incógnita.

Abstract

The objective of this paper is to identify factors that may hamper the process of translation of natural language into algebra. This is a quantitative research study with a quasi-experimental research design. A specific test (objective) of five items included a mathematics problem-solving question methodology, which was, in turn, based on the high-school mathematics syllabus. Results suggest that students are not skilled to translate natural language mathematics problems into algebraic expressions. Therefore, some relevant recommendations to teachers and students are made aiming at downgrading difficulties in this regard.

Keywords: *translation, natural language, algebra, variable, unknown quantity.*

Introducción

El sistema educativo actual parece estar ya en su punto de agotamiento, la razón de esto, no está llegando con sus metodologías a las nuevas generaciones; esto se verifica en el rendimiento de las asignaturas numéricas, sobre todo, en matemática, y específicamente en las dificultades del aprendizaje del álgebra en educación media general.

Como admiten la gran mayoría de docentes y diversos autores, el álgebra es un lenguaje, pero cada vez parece ser más difícil para los estudiantes de educación media general la transformación del lenguaje natural al algebraico y viceversa. La solución de problemas matemáticos se dan en tres fases: compresión del problema, resolución y decodificación de la solución, estando la mayor dificultad en la primera, en ésta se dan la lectura y comprensión del texto que conlleva a la transformación del lenguaje natural al lenguaje algebraico, para lo cual, es indispensable que los estudiantes determinen con precisión los datos otorgados por el problemas matemático, en relación a esto último Puig (2013) hace mención que la dificultad de los estudiantes al traducir del lenguaje natural al lenguaje algebraico, se debe a que los mismos no logran identificar con propiedad las cantidades conocidas (datos) o desconocidas (incógnitas), como también las operaciones que se deban realizar entre esas cantidades, así como las relaciones entre ellas.

La problemática comienza cuando el docente supone que dentro de las competencias que debe alcanzar un estudiante de educación media general al culminar temas como ecuaciones lineales y cuadráticas, es que puedan resolver problemas matemáticos que involucren en su solución, el uso y formulación de ecuaciones lineales o cuadráticas; sin embargo, actualmente esto no se está dando, cada vez es más difícil para los estudiantes realizarlo.

Incluso se ha podido verificar que para aquellos estudiantes que tienen dominio en relación a la teoría o propiedades de ecuaciones, el problema radica en determinar e interpretar las incógnitas y datos del problema que son expresados en un "lenguaje natural o común", lo cual le dificulta al estudiante la construcción de una ecuación en lenguaje algebraico que determine una posible solución al problema.

Por eso se decidió realizar una investigación para identificar las posibles causas o factores que intervienen y dificultan la transformación del lenguaje Natural al lenguaje Algebraico; es decir, se busca determinar qué elementos actúan en los estudiantes de educación media general al momento de procesar la información suministrada por un problema matemático expresado en un lenguaje natural, que les permita determinar o no, las incógnitas y datos que conllevarán a la elaboración de un plan y ecuaciones necesarias para encontrar una posible solución al problema matemático. Además, se procurará proponer algunas acciones que contribuyan a la solución o, al menos, a la disminución de la problemática.

1. Marco teórico

1.1. Aprendizaje del álgebra desde el aspecto psicológico

El aprendizaje por proyectos que es la versión más actualizada sobre el aprendizaje, se sustenta sobre la base de tres teóricos importantes y sus propuestas. Ellos son Piaget, Vygotsky y Ausubel. Así se tiene, la teoría del conocimiento de Piaget, psicólogo suizo. Para él, el proceso de conocer las estructuras no está dado en los objetos ni en los sujetos, sino que resulta de la interacción entre ambos: las actividades del sujeto y las reacciones del objeto mediante un complejo proceso de regulaciones sucesivas (Gómez, Alfredo, 2006).

El desarrollo cognitivo es para Piaget, un proceso de organización y reorganización de estructuras de manera que cada nueva estructura engloba la anterior, dentro de un proceso de naturaleza dinámica que tiende a la búsqueda del equilibrio. Este proceso de equilibrio pasará por una serie de etapas o períodos; distinguiendo cuatro (4) períodos en el estudio cognoscitivo del pensamiento humano (Gómez, 2006).

Estos períodos o estadios operacionales explicados por el autor, son de gran importancias para el estudio; sin embargo, en este caso, se dará prioridad al estadio de las operaciones formales, ya que de acuerdo con González (2012) en las edades comprendidas de 11 a 15 años, las personas tienen un pensamiento que va más allá de lo concreto, su nivel lógico se fortalece, piensa teóricamente sobre las consecuencias de los cambios y sucesos. Es capaz de analizar, conjeturar acerca de las combinaciones de las variables en un problema. Se va consolidando el pensamiento variacional.

Lo que se esperaría en cada estadio sobre el aprendizaje en matemáticas sería que cada etapa propicie el desarrollo del pensamiento abstracto, de generalización y simbolización para el inicio de la enseñanza del álgebra que viene dándose entre los 12 y 15 años de edad, cuando el niño cursa el segundo año de Educación Media General. El estadio 3 de generalización concreta, esta estructura se hace más compleja, abriendo paso a trabajar en un sistema formal abstracto que indicaría que tiene un desarrollo de pensamiento formal, luego su pensamiento está preparado y dispuesto para apreciar las relaciones, expresiones y abstracciones en el álgebra y en otros campos.

El proceso de aprendizaje comprende otros dos aspectos, expresados por los otros dos teóricos, para que este se concrete y se convierta en efectivo en un individuo. Así, se tiene la teoría de Vygotsky, la cual se basa principalmente en el aprendizaje sociocultural de cada individuo y a través del medio en el cual se desarrolla (Oudrey, 2012). Vygotsky uno de los grandes psicólogos del siglo XX, autor de una de las teorías más prometedoras en esta disciplina. Considera el aprendizaje como uno de los mecanismos fundamentales del desarrollo. En este modelo de aprendizaje la interacción social se convierte en el motor del desarrollo.

Vygotsky sostiene que el desarrollo, si bien tiene una base genética, es cultural y va a depender del tipo de experiencias que se tengan. El desarrollo implica dos procesos: 1) El proceso sociocultural a través de las mediaciones: Éstas se llevan a cabo por los mediadores culturales que son las personas adultas o cualquier persona que sabe más a partir de la experiencia propia, y por la construcción de representaciones de la realidad que realiza el sujeto. 2) El proceso de interiorización: produce la formación de la conciencia interna. Vygotsky introduce el concepto de Zona de Desarrollo Próximo (ZDP) que se instala entre la zona de desarrollo real (capacidad de resolver independientemente un problema) y la zona de desarrollo potencial (lo que el sujeto puede resolver con la ayuda de otro).

En esta concepción, el lenguaje es un aspecto clave en la formación del sujeto que logra operaciones mentales superiores (atención consciente, memoria voluntaria, inteligencia representacional y capacidad de interiorización). Es en la zona de desarrollo próximo donde el docente debe intervenir para generar desarrollo. La evolución del sujeto se da en relación a los procesos de interiorización y endoculturación que generan el aprendizaje. (Herrera, 2012).

De igual modo, Ausubel, para quien el aprendizaje escolar puede darse por recepción o por descubrimiento, como estrategia de enseñanza, y puede lograr un aprendizaje significativo o memorístico y repetitivo. De acuerdo al aprendizaje significativo, los nuevos conocimientos se incorporan en forma sustantiva en la estructura cognitiva. Esto se logra cuando el estudiante relaciona los nuevos conocimientos con los anteriormente adquiridos, pero es necesario que el estudiante se interese por lo que se le está mostrando, y así adquirir las ventajas del Aprendizaje Significativo, tales como:

Produce una retención más duradera de la información.

Facilita el adquirir nuevos conocimientos relacionados con los anteriores, de forma significativa, ya que al estar claros en la estructura cognitiva se facilita la retención del nuevo contenido.

La nueva información al ser relacionada con la anterior, es guardada en la memoria a largo plazo.

Es activo, pues depende de la asimilación de las actividades de aprendizaje por parte del estudiante.

Es personal, ya que la significación de aprendizaje depende de los recursos cognitivos del estudiante. (Ayma, 1996)

1.1.1. Requisitos para lograr el aprendizaje significativo

- **Significatividad lógica del material:** el material que presenta el docente al estudiante debe estar organizado, para que se dé una construcción de conocimientos.
- **Significatividad psicológica del material:** que conecte el nuevo conocimiento con los previos y los comprenda. Esto último se facilitaría al ejercitar la memoria de largo plazo, en nuestro caso, con la práctica en la resolución de problemas y ejercicios matemáticos que involucre acciones de la vida cotidiana, creando conexiones entre los conocimientos matemáticos y el lenguaje común del diario vivir, porque de lo contrario se olvidará todo en poco tiempo.
- **Actitud favorable del estudiante:** el aprendizaje no puede darse si el estudiante no quiere. Este es un componente de disposiciones emocionales y actitudinales, en donde sólo puede influir a través de la motivación.

1.1.2. Tipos de Aprendizaje Significativo

- **Aprendizaje de representaciones:** es cuando el niño adquiere el vocabulario. Primero aprende palabras que representan objetos que tienen significado para él.
- **Aprendizaje de conceptos:** el niño, a partir de experiencias concretas, comprende que la palabra "mamá" puede usarse también por otras personas refiriéndose a sus madres. También se presenta cuando en edad preescolar se someten a contextos de aprendizaje por recepción o por descubrimiento. (Ayma, 1996).
- **Aprendizaje de proposiciones:** Conoce el significado de los conceptos, puede formar frases que contengan dos o más conceptos en donde afirme o niegue algo. Un concepto nuevo es asimilado al integrarlo en su estructura cognitiva con los conocimientos previos.

  Esta asimilación se da en los siguientes pasos:

  - **Por diferenciación progresiva:** el concepto nuevo se subordina a conceptos más inclusores que el estudiante ya conocía.
  - **Por reconciliación integradora:** el concepto nuevo es de mayor grado de inclusión que los que el estudiante ya conocía. Por combinación: cuando el concepto nuevo tiene la misma jerarquía que los conocidos.

Ausubel concibe los conocimientos previos del estudiante como esquemas de conocimiento, que consisten en la representación que posee una persona en un momento determinado de su historia sobre una parcela de la realidad. Estos esquemas incluyen varios tipos de conocimiento de la realidad, como son: los hechos, sucesos, experiencias, anécdotas personales, actitudes, normas, etc.

1.1.3. Aplicaciones pedagógicas

El docente debe conocer los conocimientos previos del estudiante, o sea, debe asegurarse que el contenido a presentar pueda relacionarse con las ideas previas, ya que conocer lo que sabe el estudiante ayuda en la planificación.

Organizar los materiales en el aula de manera lógica y jerárquica, ya que no sólo importa el contenido, sino la forma en que se presenta a los estudiantes.

La motivación es un factor fundamental para que el estudiante se interese por aprender; el hecho de que el estudiante se sienta contento en su clase, con actitud favorable y buena relación con el docente, hará que se motive para aprender, para ello sería positivo ambientar el aula de clases con carteleras informativas en relación a contenidos y anécdotas de la matemática, además ayudaría la implementación de juegos didácticos que involucren temas matemáticos que relacionen situaciones de la vida cotidiana creando así interés en los estudiantes por aprender matemática.

El docente debe utilizar ejemplos, por medio de dibujos, diagramas, fotografías o la misma realidad, para enseñar los conceptos.

1.1.4. Aportes de la teoría de Ausubel en el constructivismo

El principal aporte es su modelo de enseñanza por exposición, para promover el aprendizaje significativo en lugar del aprendizaje de memoria. Este modelo consiste en explicar o exponer hechos o ideas. Esto es lo más apropiado para enseñar relaciones entre varios conceptos, pero antes los estudiantes deben tener algún conocimiento de esos conceptos. Se debe considerar la edad de los estudiantes, ya que ellos deben manipular ideas mentalmente, aunque sean simples. Por esto, este modelo es adecuado para los niveles altos, de primaria en adelante.

Otro aporte son los organizadores anticipados, los cuales sirven de apoyo al estudiante frente a la nueva información, funciona como un puente entre el nuevo material y el conocimiento actual del estudiante. Estos organizadores tienen tres propósitos: dirigir su atención a lo que es importante; resaltar las relaciones entre las ideas presentadas y recordarle la información relevante que ya posee.

Los organizadores anticipados se dividen en dos categorías:

a. **Comparativos:** activan los esquemas ya existentes, le recuerdan lo que ya sabe pero no se da cuenta de su importancia. También señala diferencias y semejanzas de los conceptos.
b. **Explicativos:** proporcionan conocimiento nuevo que los estudiantes necesitarán para entender la información subsiguiente. Ayudan al estudiante a aprender, especialmente cuando el tema es muy complejo, desconocido o difícil; pero deben ser entendidos por los estudiantes para que sea efectivo.

Todo lo anterior en relación a la ejecución de los contenidos matemáticos, previos a la etapa del pensamiento abstracto, son influyentes en los cocimientos matemáticos que se les puedan impartir a los estudiantes en la etapa del pensamiento concreto, ya que incidirá el buen desempeño que puedan tener los estudiante en las etapas posteriores de su conocimiento y análisis matemático, como es en la abstracción y la relación de variables, formando en los estudiantes un pensamiento variacional, pero también es importante tener en cuenta el ámbito donde el estudiante se desarrolla, las condiciones sociales y culturales.

Para la mayoría de los expertos, el aprendizaje del algebra representa un escollo importante para un buen número de estudiantes. Algunas características del lenguaje algebraico, como mayor grado de abstracción que requiere de la utilización de símbolos, a menudo sin significado inmediato, lleva dificultades insalvables para algunos estudiantes, esto obliga a introducir el álgebra con cautela y en este nivel desear más que una iniciación al lenguaje simbólico (Palarea, 1994). Hay que llevarlos a que el lenguaje algebraico tenga para ellos un significado en el ámbito donde se consigan y les toque desenvolverse, que lo lleven a la realidad, para que luego sean capaces de hacer el enroque contrario.

Los adolescentes, al comenzar el estudio del álgebra, traen las nociones y los enfoques que usan en aritmética. Sin embargo, el álgebra no es simplemente una generalización de la aritmética; aprender álgebra no es solo hacer explícito lo que estaba implícito en la aritmética. El álgebra requiere un cambio en el pensamiento del estudiante, que va de las situaciones numéricas concretas a proposiciones más generales sobre números y operaciones (Kieran & Filloy Yagüe, 1989).

1.1.5. Aprendizaje del álgebra según el contexto escolar

La intención de este estudio es que el significado del "álgebra" se interprete de manera que abarque la diversidad de definiciones que circulan en sistemas escolares de varios países, extendiéndose más allá del plan de estudios o currículo estándar de algunos de estos sistemas. Esta interpretación describe al álgebra como un idioma para la generalización, abstracción y prueba [1]; igualmente, asume al álgebra como una herramienta para resolver problemas por medio de ecuaciones o gráficas, para modelar con funciones, y para comprender la manera como se usan símbolos e ideas con otros objetos matemáticos y otras áreas académicas (Giraldo, 2006).

Si se toma como referencia la psicología del aprendizaje dentro del contexto escolar, los adolescentes que cursan el primer año de Educación media General, oscilan entre las edades de 12 y 14 años de edad, su pensamiento va más allá de lo concreto, su nivel lógico se fortalece cada día, entonces, en este momento el estudiante está apto para iniciar un curso de álgebra, sin embargo, no se puede desconocer que en esta etapa el estudiante ha trabajo en aritmética y en geometría, elementos que le han propiciado un acercamiento al concepto de variable y al manejo de símbolos (González, 2012). Pero los docentes deben incentivar la colaboración y el aprendizaje por descubrimiento para que tenga sentido para los estudiantes.

Los errores aparecen en el trabajo de los estudiantes cuando se enfrentan a conocimientos novedosos que los obligan a hacer una revisión o reestructuración de lo que ya saben. Los errores son intentos razonables pero no exitosos de adaptar un conocimiento adquirido a una nueva situación. Se entiende que el error tendrá distintas procedencias, pero siempre se considera como un esquema cognitivo inadecuado y no sólo como consecuencia de falta de conocimiento o de un despiste (Ruano & Socas & Palarea, 2008). Pero además, también es falta de estrategias basadas en el aprendizaje significativo por parte de los docentes de matemática.

Las experiencias en el estudio del algebra hacen notar que existen dificultades en cuanto a su compresión. Palarea (1999) en su investigación refleja que durante los últimos años ha aumentado el interés por el estudio de las dificultades de la enseñanza/aprendizaje que el álgebra escolar ha generado, ha sido enorme, tanto desde la perspectiva del investigador como la del profesor. Pero, a pesar de las investigaciones, los problemas que plantean no han sido resueltos y lo que debe ser enseñado y aprendido en álgebra, está aún por determinarse. Continúa generándose preguntas en torno a la naturaleza del álgebra y a los procesos de pensamiento implicados, que aún no tienen repuestas: Entre otras ¿Qué hace que la compresión del álgebra escolar sea una tarea difícil para la mayoría de los estudiantes? ¿Qué induce a muchos estudiantes recurrir a memorizar reglas del álgebra? ¿Son los contenidos matemáticos relacionados con el álgebra visto en educación media general la fuente del problema? ¿Es la forma en que es enseñada el álgebra lo que causa carencia de dar sentido a la materia? ¿Es inapropiado el acercamiento de los estudiantes a las tareas algebraicas para aprender de la materia en cuestión? ¿Dónde están las dificultades en el traslado del lenguaje natural o común al lenguaje algebraico?

Es una realidad innegable, que existen dificultades en el entendimiento del álgebra en el ámbito escolar; como el que se expresa en el título de esta investigación. Es necesario mostrar desde varias perspectivas e investigaciones realizadas por otros investigadores que corroboran la existencia de problemas para la compresión del álgebra desde cualquier tema que se esté trabajando, y sobre todo para los estudiantes de Educación Media En General, sin importar el año que estén cursando.

En el contexto escolar se puede observar que existen dificultades para la compresión del lenguaje algebraico; al respecto Socas (2011) explica que las dificultades son organizadas en cinco grandes categorías que describen la procedencia de estas dificultades; dos asociadas a la propia disciplina, complejidad de los objetos de las Matemáticas y procesos de pensamiento matemático, una tercera relacionada con los procesos de enseñanza, desarrollados para el aprendizaje de las Matemáticas; la cuarta está asociada a los procesos de desarrollo cognitivo de los estudiantes, y la quinta y última, está asociada a actitudes afectivas y emocionales desarrolladas hacia las Matemáticas.

De ahí que sea necesario incorporar al desarrollo curricular del álgebra actividades y proyectos "Open-ended", cuestiones o proyectos de resolución abierta donde el estudiante pueda dar una serie de respuestas correctas; considerándose dentro de los problemas "Open-ended" a una larga clase de problemas abiertos, tanto en los datos como en el objetivo, proyectos de trabajo, en la mayor parte de los problemas de la vida real, el planteo de problemas a partir de unos datos, etc., situaciones en las que se insiste más en el proceso que en la solución. Sin embargo cabe resaltar que las actividades y proyectos "Open-ended" presentan cierta complejidad a la hora de evaluar, al tener que escoger entre las diversas vías, antes que en las soluciones mismas. Aparecen de este modo aspectos como "la fluidez" entendida como el número correcto de diferentes respuestas o aproximaciones a la resolución del problema; "la originalidad" entendida como presentaciones "poco comunes" de la actividad; o "la flexibilidad", entendida como el número de presentaciones matemáticamente diferentes o alternativas, etc. (Socas, 2011). Lo importante es que hay que enseñar álgebra y en esta investigación se va a insistir en cómo traducir problemas expresados en palabras comunes al lenguaje algebraico. Eso da la oportunidad para ver cómo se pueden construir expresiones algebraicas que tengan sentido, al reflejar las condiciones de un problema, ayudando a los estudiantes a que desarrollen su potencial en la elaboración de posibles soluciones correctas en problemas matemáticos.

1.1.6. Aspectos que influyen en el propósito de enseñar algebra

A partir del siglo XVIII comenzó una tendencia clave en el pensamiento matemático, que algunos autores llamaron "*la algebratización de las matemáticas*"; a lo largo de la historia, el álgebra ha ido de la mano con la aritmética. Pero existen matices, ya que la aritmética es la ciencia de los objetos concretos, esto es, de los números. En cambio el álgebra es, en esencia, la doctrina de las operaciones matemáticas analizadas desde un punto de vista abstracto y genérico, independientemente de los números u objetos concretos (Sierra, 2010).

Si se toma en cuenta la enseñanza del álgebra desde una perspectivas de la realidad, son muchos los estudiantes que muestran apatía por las matemáticas y algunos hasta cierta aversión; al respecto, según Sierra (2010) menciona que los docentes de matemática tienen siempre un gran reto, mostrar la utilidad de las matemáticas a sus estudiantes y el provecho de la misma en sus vidas. Cuando se explica álgebra, esta relación parece menos visible, pero no por ello es menos tangible. Por consiguiente, se debe mostrar a los estudiantes el álgebra como una herramienta útil para resolver problemas de la vida cotidiana.

En efecto, al momento de enseñar álgebra en educación media general, el docente se basa en dar propiedades que ya están, y en problemas meramente sintácticos con los que los estudiantes no se volverán a topar en sus vidas. Y es que en la enseñanza tradicional no se tiene suficientemente en cuenta las dificultades en la comprensión, por parte del estudiante, del tratamiento algebraico para la solución de situaciones problemáticas; consiguiendo, en el mejor de los casos, que el estudiante se convierta en un mero repetidor de procedimientos absolutamente rígidos, sin profundizar en el origen y significado de las distintas representaciones algebraicas y sus métodos de solución (Rabino & Cuello & de Munno).

En el desarrollo de estrategias algebraicas, los estudiantes deberían comenzar utilizando el lenguaje coloquial (natural o común) para explicar sus razonamientos; progresivamente, incorporan el uso de la letra como objeto, ante la necesidad de una representación más práctica. Más adelante, la utilizará como incógnita en la resolución de ecuaciones (Rabino & Cuello & de Munno). Unas de las claves para que nuestros estudiantes adquieran la competencia matemática, es que tengan un buen dominio del álgebra, haciéndoles saber que el álgebra es el idioma de las matemáticas y por lo tanto de las ciencias (Sierra, 2010).

1.1.7. El proceso de trasponer el lenguaje natural al lenguaje algebraico

El propósito de este apartado es exponer lo que se desea lograr con el proceso de trasponer el lenguaje natural al lenguaje algebraico. A tal efecto, primero es indicar de forma directa los problemas que existen y las consecuencia que pueden presentárseles a los estudiantes de educación media general al no poder resolver problemas matemáticos; así, con todo lo que se ha mencionada anteriormente se da a entender que el álgebra es de gran importancia en el contexto curricular para la educación media general. El álgebra formal es la manera de ver las cosas de forma generalizada, para ir más allá y pasar de simples problemas; esto ayuda a los estudiantes a saber cómo enfrentar problemas matemáticos que se le presenten, haciendo que dominen el lenguaje algebraico específicamente en la resolución de problemas.

En la parte correspondiente a la metodología empleada se explicarán las fases realizadas para detectar las fallas que presentan los estudiantes, y darle el aporte de minimizarlas al momento de resolver problemas matemáticos, ilustrándose con ejemplos de problemas y su respectiva resolución mediante un procedimiento que sea útil en la mayoría de casos al momento de resolver problemas matemáticos; más que presentar las dificultades, es dar una aportación al tema de investigación, indicando de manera sencilla y sistemática los pasos para que los estudiantes de Educación Media General, los utilicen en la resolución de un problema matemático, así como sugerir algunas estrategias didácticas a los docentes.

2. Metodología

2.1. Diseño de investigación

Esta investigación se enmarca dentro del enfoque cuantitativo, se basó en el diseño de desarrollo correspondiente al tipo de investigación (científica) o la investigación cuasi-experimental definida y explicada en los términos propuestos por Hernández, Fernández y Baptista (2010), quienes afirman que es una forma de investigación en la que se manipulan intencionalmente, una variable la cual se considera independiente y que la misma incide en una o más variables dependientes. También en este tipo de investigación, los sujetos elegidos no se asignan al azar en los grupos que puedan surgir, sino que estos grupos ya están formados previamente, o sea, no los forma el investigador, sólo trabaja en ellos para ver los efectos; como en el caso de este trabajo que son grupos escolares. Posteriormente, se informa sobre los resultados obtenidos a partir de la ejecución de una primera y única fase.

3. Objetivos

3.1. Objetivo general

Identificar las causas y factores que intervienen en la transformación del lenguaje Natural al lenguaje Algebraico, que dificultan la solución de problemas matemáticos, en estudiantes de Educación Media General.

3.2. Objetivos específicos

- Verificar la capacidad de análisis que poseen los estudiantes de Educación Media General en la identificación de las incógnitas e hipótesis al momento de resolver un problema matemático, mediante una prueba diagnóstica.
- Corroborar los conocimientos que poseen los estudiantes de Educación Media General, necesarios para la formulación de una ecuación matemática al momento de resolver un problema matemático.
- Evaluar en los estudiantes de Educación Media General la utilización de un método de resolución de problemas, establecido en los contenidos de los programas de matemática de Educación Media General.

4. Participantes o sujetos de estudio

El estudio se realizó teniendo en cuenta como sujetos participantes, a los estudiantes inscritos y activos en secciones de la asignatura de Matemática de Educación Media General del período académico 2012-2013, en el segundo lapso de evaluación; se hizo en este período por ser el lapso más amplio dentro del sistema educativo a lo que a tiempo se refiere, permitiendo obtener mayor información por parte de los estudiantes y docentes. Los estudiantes elegidos, pertenecen a la Institución pública Escuela Técnica Industrial Robinsoniana "Manuel Antonio Pulido Méndez" (ETIR) y a la Institución privada Unidad Educativa Colegio Micaeliano. El grupo de participantes estuvo conformado por un total de 35 estudiantes, de los cuales, 15 fueron de la Escuela Técnica Industrial Robinsoniana cursantes del 3er año de Educación Media General, y los 20 restantes del 4to año de Educación Media General de la Unidad Educativa privada o Colegio. Ahora bien, por ser la población metodológicamente pequeña se tomaron todos como muestra.

5. Técnicas e instrumentos utilizados en la recolección de información

Inicialmente se elaboró una prueba específica (objetiva), estructurada en dos partes, la primera referida a los datos personales e instrucciones de la prueba. En segundo lugar, correspondiente a la variable de estudio (causas y factores que intervienen en la transformación del lenguaje Natural al lenguaje Algebraico), se incluyeron cinco (05) ítems para ser respondidos según la utilización de un método de resolución de problemas, establecido en los contenidos de los programas de matemática de Educación Media General. La prueba específica fue validada en su contenido a través del juicio de cinco expertos: un metodólogo, un docente universitario del área de matemática y tres docentes en el área de Matemática; posteriormente se realizaron las correcciones sugeridas al primer modelo de la prueba y de esta manera crear un modelo final (Anexo 1), acorde a los conocimientos y objetivos previstos en esta investigación, la cual fue aplicada a los participantes antes identificados.

6. Análisis y discusión de resultados

La prueba objetiva que se aplicó, sometida a juicio de expertos, se evaluó a través del coeficiente de proporción de rango (CPR), la cual obtuvo como resultado de validez el 90%. Es importante agregar que la prueba correspondiente, contenía temas relacionados con expresiones algebraicas, tales como: variable como incógnita [2], variable como relación funcional [3], área de figuras geométricas, ecuaciones, sistema de ecuaciones, suma y multiplicación de polinomios.

De la aplicación de la prueba, se obtuvieron los siguientes resultados: En la Institución Pública, Escuela Técnica Industrial Robinsoniana (ETIR), los estudiantes en un 61.32% respondieron incorrectamente [4] o no contestaron, mientras que los estudiantes de la Institución Privada o Colegio, el 73% respondieron en forma incorrecta o no contestaron, los problemas planteados para la construcción de expresiones algebraicas, mediante la trasposición del lenguaje natural al lenguaje algebraico. Por lo que se puede observar que los estudiantes de ambos Institutos presentan fallas al momento de resolver problemas matemáticos.

En la Institución Pública, Escuela Técnica Industrial Robinsoniana (ETIR) al realizarse una comparación entre los resultados de cada estudiante, se pudo observar que éstos en la primera pregunta el 73.3% respondieron incorrectamente o no contestaron, y el 26.7% restante de los estudiante intentó dar un razonamiento válido representando a una variable como cantidad desconocida (variable como incógnita) y el uso de operaciones aritméticas; en la segunda pregunta el 60% de los estudiantes respondieron incorrectamente o no contestaron y en el 40% restante de los estudiantes se observó la utilización de una variable sin saber darle uso, lo cual, los llevó a realizar sólo la suma de dos números, arrojando un resultado numérico como respuesta; en la tercera pregunta, el 53.3% de los estudiantes no dieron resultado alguno y el 46.7% restante de los estudiantes sólo dibujaron la figura geométrica representando sus lados a través de letras, tratando de construir una ecuación válida para dar una posible solución al problema; en la cuarta pregunta, el 66.7% de los estudiantes arrojo resultados correctos, asignándoles a los mismos tres letras (variables) distintas, sin hacer mención del procedimiento y operaciones utilizadas que reflejaran una construcción algebraica que determinaran dichos resultados y el 33.3% restante de los estudiantes no respondieron, y por último, en la quinta pregunta, el 86.7% de los estudiantes dieron una respuesta, la cual no tuvo ningún razonamiento válido, es decir, sin razonamiento lógico y algebraico, arrojando resultados erróneos y el 13.3% restante de los estudiantes dio resultados acertados con procedimientos aceptables.

En el caso de la Institución Privada o Colegio, al realizarse la comparación entre los resultados de cada estudiante se pudo observar que en la primera pregunta el 90% de los estudiantes respondieron incorrectamente o no contestaron, y el 10% restante de los estudiantes intento dar un razonamiento válido utilizando operaciones de aritmética; en la segunda pregunta el 70% de los estudiantes respondieron incorrectamente o no contestaron y el 30% restante de los estudiantes se presume que realizaron un análisis mental, ya que colocaron sólo la suma de dos números, arrojando un resultado sin razonamiento lógico matemático; en la tercera pregunta el 65% de los estudiantes no dieron resultado alguno y el 35% restante colocaron sólo el resultado acertado, presumiendo que realizaron un análisis mental, pero sin saber plasmar el procedimiento en la hoja; en la cuarta pregunta el 60% de los estudiantes respondieron incorrectamente o no contestaron y el 40% restantes sólo arrojó el resultado acertado sin hacer mención del procedimiento utilizado, presumiendo de un resultado producto de un análisis mental y operaciones donde se involucra la aritmética, sin ninguna construcción algebraica, y por último, en la quinta pregunta, el 80% de los estudiantes dieron una respuesta sin ningún razonamiento válido, arrojaron resultados erróneos, y el 20% restante de los estudiantes dio resultados acertados con procedimientos matemáticos aceptables.

Al reflejarse todos estos resultados se pensó en varias causas que pudieran originar dichos resultados tales como:

- Que los docentes no proporcionan las estrategias o herramientas necesarias a los estudiantes de Educación Media General que les permitan relacionar y dominar los contenidos matemáticos que intervienen en la resolución de un problema planteado.
- Los docentes no plantean problemas con contextos reales o cotidianos que provoquen interés en los estudiantes para resolver un problema matemático.
- Es notorio que los errores que cometen los estudiantes son de origen aritméticos y los mismos son transferidos al lenguaje algebraico.
- Según Kiera y Filloy Yagüe (1989) dicen: Otra convención es que los estudiantes parece que no usan en su aritmética escolar elemental, el empleo de paréntesis y el orden de las operaciones. Incluso cuando se les in-

troduce al uso de paréntesis en su curso de álgebra, los estudiantes a menudo no consideran que los paréntesis sean necesarios para denotar el orden en que se efectúan las operaciones; así como también, a las jerarquías de los signos no le dan ninguna importancia.

Los estudiantes no se concentran al momento de resolver un problema matemático, ya que el mismo es una actividad compleja, la cual requiere poner en práctica todos los conocimientos adquiridos de álgebra.

Los estudiantes no estudian para aprender o simplemente estudian para el momento de una evaluación, lo cual hace que los contenidos se olviden con mucha facilidad por parte de los estudiantes. Cabe aclarar que antes de aplicar la prueba, se hizo una revisión de los contenidos matemáticos que se dictan en cada institución (ETIR y el Colegio Privado), en los cuales se evidencio que efectivamente se dictan todos los contenidos necesarios para que los estudiantes fuesen capaces de darle solución a este tipo de problemas matemáticos.

Los porcentajes que se obtuvieron en cada institución, da a conocer que los estudiantes del colegio privado poseen un dominio menor en comparación a los estudiantes de la ETIR con respecto a los contenidos relacionados con expresiones algebraicas mencionados anteriormente. En general, es evidente que los estudiantes no poseen dominio en problemas matemáticos que partan de un lenguaje natural o común (Anexo 2), que impliquen la construcción de una expresión algebraica como una posible solución al problema dado, es decir, llevar del lenguaje natural los datos suministrados por un problema matemático al lenguaje algebraico, el cual, permite generalizar determinadas situaciones.

Otro aspecto aislado pero no menos importante que se observó en los resultados, es que a pesar de que varios estudiantes fuesen considerados por sus instructores como buenos estudiantes en el área de matemática, los resultados emitidos por ellos no se diferenciaron en gran manera de los resultados obtenidos por los demás estudiantes considerados como no sobresalientes en el área de matemáticas por sus respectivos instructores, lo cual, da mayor énfasis a que la gran mayoría de los participantes no poseen dominio en problemas matemáticos que partan de un lenguaje natural o común, aunado a esto, no tienen claro el concepto de variable y los tipos de variables, complicando más su capacidad de análisis y abstracción matemática, base fundamental para la generalización y el estudio del álgebra.

7. Aporte de la investigación o algunas consideraciones

Finalmente, el estudio realizado en esta investigación no pretende generalizar los resultados obtenidos a una población más amplia a la descrita, por lo que no pueden ser conclusivos o dar un veredicto definitivo a la problemática presentada, por lo que a partir de esto se abren nuevas ideas para darle continuidad a esta investigación. Lo que se pretende es dar una ayuda, tanto a los estudiantes como a los profesores del área de matemática en educación media general en la resolución de problemas matemáticos, a partir de un lenguaje natural (común) para llevarlos al lenguaje algebraico, en pro de construir ecuaciones algebraicas válidas que conduzcan a una solución del problema, tomando en cuenta el perfil de análisis e interpretación que tienen los estudiantes en la resolución de problemas matemáticos.

Por otro lado, se aportan algunas consideraciones, las cuales se generaron en el desarrollo de la investigación para orientar al estudiante a darle un buen uso al contenido ya visto en relación a las expresiones algebraicas, específicamente a la resolución de problemas matemáticos, como también ciertas sugerencias a los docentes para que transmitan de manera clara los contenidos de esta investigación.

En primera instancia, se mencionan los pasos que los estudiantes deben seguir para dar de manera satisfactoria una solución válida a los problemas matemáticos, y de esta forma puedan tener una noción más clara de lo que es el álgebra. Ya se ha visto con meridiana claridad que para los estudiantes de Educación Media General es un inconveniente resolver problemas matemáticos, partiendo del lenguaje natural (común) y llevarlo al lenguaje algebraico (por lo menos en las instituciones educativas donde se aplicó la prueba escrita), así como manejar expresiones donde se involucren números y letras, acentuándose más dicha dificultad al momento de dar el paso a la construcción de ecuaciones algebraicas que conlleven a una posible solución de un problema matemático, el cual, es uno de los pasos fundamentales e importantes para dar una solución válida a un problema matemático.

Cabe destacar que para la construcción de ecuaciones, se debe realizar a través de un adecuado procedimiento que tome en consideración todas las incógnitas y datos que suministre el enunciado del problema. Los pasos que se mencionarán a continuación, se consideran pertinentes utilizarlos para resolver problemas matemáticos de acuerdo a un análisis válido y según los datos que suministre un problema, y así construir las ecuaciones necesarias para la resolución de un problema matemático.

8. Pasos para resolver problemas algebraicos

1. Lea el problema cuidadosamente, y si es necesario léalo más de una vez para entender claramente la situación planteada.
2. Identificar los datos y la(s) incógnita(s), posteriormente se deben asignar las cantidades mencionadas en el problema ya sea como variables o como constantes.
3. Organice los datos (variables y constantes), clasificándolos en una tabla, diagrama o cualquier otra forma conveniente que le ayude a visualizar la relación que puede existir entre ellas.
4. Al determinar las cantidades desconocidas, trate de que todas queden expresadas en términos de una sola variable "si es posible" (los problemas matemáticos pueden ser resueltos de forma sencilla utilizando una ecuación con una sola variable, y cuando resulte difícil construir

la ecuación en términos de una sola variable, se pueden construir las ecuaciones dando uso a dos (2) variables distintas, por lo cual es necesario plantear dos ecuaciones en lugar de una).

5. Establezca la(s) ecuación(es) que relacione a través de operaciones matemáticas las cantidades antes organizadas y establecidas, es decir, construya la(s) ecuación(es) que contenga de forma lógica y válida, las incógnitas y constantes.
6. Resuelva la(s) ecuación(es) antes establecida(s) y dé la(s) respuesta(s) del problema. (Recordemos que dependiendo del número de incógnitas se obtendrá un determinado número de respuestas).
7. Verifique que la solución obtenida para la(s) ecuación(es) satisface las condiciones descrita en el enunciado del problema matemático.

El procedimiento antes mencionado hace alusión a la resolución de problemas matemáticos para el nivel académico correspondiente a Educación Media General, en el cual, por lo general, se trabaja con un sistema de ecuaciones con dos incógnitas.

Ya mencionado los pasos, lo más conveniente para el entendimiento de ellos, es dar ejemplos de problemas matemáticos en situaciones donde se tenga que construir una ecuación y problemas donde se tenga que construir dos ecuaciones, desarrollando el problema en ambos casos, paso a paso y explicando de manera clara todo lo que se está haciendo (Anexo 3 y 4).

En segunda instancia se hace mención de algunas sugerencias a los docentes, como lo es enseñarle a los estudiantes de manera precisa el concepto de variable y los tipos de variables que se pueden utilizar en la resolución de un problema matemático, que involucre los contenidos relacionados con expresiones algebraicas, ya que existe mucha confusión en los estudiantes de Educación Media General en relación a qué tipo de variables deben usar cuando están trabajando en la resolución de un problema matemático, por ejemplo, decirle al estudiante cuando una variable se utiliza como incógnita, como una variable generalizada o como una variable como relación funcional, las cuales, son explicadas en otras investigaciones relacionadas con temas del álgebra, de ésta forma, aclararles a los estudiantes el uso apropiado de las variables según el contexto donde se desenvuelva el contenido matemático que se está trabajando, y así, no se les presente tantas dificultades a los estudiantes de Educación Media General al momento de trabajar con letras (o variables) y números, en la búsqueda, construcción y solución de un problema matemático. ®

Autores:

Jessefh Rafelsson Marquina Quintero. Estudiante de pre-grado de la Facultad de Humanidades y Educación, Escuela de Matemáticas, Universidad de Los Andes, 2011. (Materias de Escolaridad Finalizadas). Preparador de la ULA, en el área de Matemáticas, específicamente de Matemática I y II. Ciencias-ULA. Certificado Correspondiente al Ciclo Fundamental de la Carrera de Matemáticas “Estudios Fundamentales en Matemáticas”, 2009. Bachiller en ciencias “Liceo Ejido”, 2004.

Guillermo Alejandro Moreno. Estudiante de pre-grado de la Facultad de Humanidades y Educación, Escuela de Matemáticas, Universidad de Los Andes, 2011. (Materias de Escolaridad Finalizadas). Preparador de la ULA, en el área de Matemática, específicamente de Matemática I y II. Ciencias-ULA. Certificado Correspondiente al Ciclo Fundamental de la Carrera de Matemáticas “Estudios Fundamentales en Matemáticas”, 2009. Bachiller en ciencias “Unidad Educativa Liceo Libertador”, 2003.

Alirio Alberto Acevedo Barrios. Profesor contratado de la Facultad de Humanidades y Educación de la Universidad de Los Andes, Mérida (Venezuela). Estudiante de maestría en Evaluación Educativa con escolaridad finalizada, trabajando actualmente en tesis con anteproyecto defendido y aprobado, en la Facultad de Humanidades y Educación de la Universidad de Los Andes.

Notas

[1]. Prueba: Se refiere a la demostración matemática.

[2]. Las variables como incógnitas: Cuando se usan para representar números (u otros objetos) uno de cuyos valores posibles hace verdadera una expresión. La incógnita interviene como un objeto matemático desconocido que se manipula como si fuera conocido (Godino, 2003, p. 786).

[3]. Las variables para expresar cantidades que varían conjuntamente o relación funcional: La relación de dependencia entre variables ocurre cuando el cambio en una variable determina el cambio en la otra (Godino, 2003).

[4]. Respondió incorrectamente: Nos referimos a que los estudiantes no aplicaron un razonamiento válido que justificara sus repuestas o simplemente expusieron un procedimiento sin sentido, conllevándolos a un resultado completamente erróneo.

Bibliografía

Ayma Gutiérrez, Víctor. (1996) *Curso: Enseñanza de las Ciencias: Un enfoque Constructivista.* Febrero UNSAAC. (Revista Online)

Germán, Oudrey (2012). *Definición de la teoría de Vygotsky*. En: http://www.psicopedagogia.com/definicion/teoria%20del%20aprendizaje%20de%20vigotsky.

Giraldo Huertas, Juan José (2006). Del paso de la aritmética al álgebra para un psicólogo cognitivo: más investigación y menos temas. En: http://wb.ucc.edu.co/pensandopsicologia/files/2010/09/articulo-05-vol2-n2.pdf. Recuperado 12 de Abril de 2013.

Godino D. Juan (2003). *Razonamiento algebraico y su didáctica para maestros.* En: http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/7_Algebra.pdf. Recuperado 02 de Marzo de 2013.

Gómez Cabana, Alfredo. (2006). *Estrategias de enseñanza-aprendizaje y pensamiento complejo en algebra lineal: una experiencia de investigación-acción participativa.* En: http://tesis.luz.edu.ve/tde_busca/arquivo.php?codArquivo=422. Recuperado 12 de Abril de 2013.

González Trujillo, Erika Sofía. (2012). *Del Lenguaje natural al Lenguaje algebraico. El significado de la variable. Una propuesta didáctica basada en el Planteamiento y Resolución de problemas.* En: http://www.bdigital.unal.edu.co/8062/1/erikasofiagonzaleztrujillo.2012.pdf. Recuperado 12 de Abril de 2013.

Hernández, Roberto & Fernández, Carlos & Baptista, Pilar. (2010). *Metodología de la Investigación.* Quinta Edición. D.F., México: Editorial McGraw Hill.

Herrera, Vilma. (2012). *Teoría del Aprendizaje de Vygotsky.* En: http://www.slideshare.net/bevi/teora-aprendizaje-vigotsky-presentation. Recuperada 19 de Mayo de 2013.

Kieran, C. & Filloy Yagüe, E. (1989). *El Aprendizaje del Algebra Escolar desde una Perspectiva Psicológica.* En: http://ddd.uab.es/pub/edlc/02124521v7n3p229.pdf. Recuperado 5 de Noviembre de 2012.

Palarea Medina, María Mercedes. (1994). *Algunos obstáculos cognitivos en el aprendizaje del lenguaje algebraico.* En: http://revistasuma.es/IMG/pdf/16/091-098.pdf. Recuperado 12 de Abril de 2013.

Palarea Medina, María Mercedes. (1999). *La adquisición del lenguaje algebraico: Reflexión de una investigación.* En: http://www.sinewton.org/numeros/numeros/40/Articulo01.pdf. Recuperado 12 de Abril de 2013.

Puig, Luis. *Poner un problema en ecuaciones.* En: http://www.uv.es/puigl/ppe.pdf. Recuperado 11 de Julio de 2013.

Rabino, Adriana & Cuello, Patricia & De Munno, Mario. *Aprehender Álgebra utilizando contextos Significativos.* En: http://www.soarem.org.ar/Documentos/22%20Rabino.pdf. Recuperado 12 de Abril de 2013.

Ruano, Raquel M. & Socas, Martín M. & Palarea, María Mercedes. (2008). *Análisis y clasificación de errores cometidos por alumnos de secundaria en los procesos de sustitución formal, generalización y modelización en álgebra.* En: http://www.pna.es/Numeros2/pdf/Ruano2008Analisis.pdf. Recuperado 12 de Abril de 2013.

Sierra Tortosa, Guillermo. (2010). *Didáctica del Álgebra*. En: http://www.csi-csif.es/andalucia/modules/mod_ense/revista/pdf/Numero_26/GUILLERMO_SIERRA_TORTOSA.pdf. Recuperado 13 de Abril de 2013.

Socas, Martín. (2011). *La enseñanza del Álgebra en la Educación Obligatoria. Aportaciones de la investigación.* En: http://www.sinewton.org/numeros/numeros/77/Apertura.pdf. Recuperado 12 de Abril de 2013.

Si no estamos en paz con nosotros mismos, no podemos guiar a otros en la búsqueda de la paz.

Confucio

Todos quieren la paz, y para asegurarla, fabrican más armas que nunca.

Eleanor Roosevelt

Anexo 1

Universidad de Los Andes
Facultad de Humanidades y Educación
Escuela de Educación
Mérida - Venezuela

Prueba Objetiva dirigida a estudiantes de 3er y 4to año de Educación Media General a fin de evaluar los conocimientos relacionados con la transición del lenguaje natural al lenguaje algebraico.

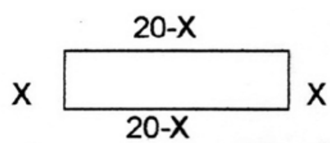
Nombre y Apellido: ________________________________ C.I: _____________
Grado: _______ Sección: ______ Edad: ____ Fecha de aplicación: _________
Sexo: ___ (M) ___ (F)

<u>Instrucciones Generales:</u>
A continuación se presentara una serie de ítems, lea cuidadosamente cada uno de los enunciados, si tiene alguna duda pregunte de manera clara y precisa al profesor, tiene 90 minutos (1 hora y media) para responder de manera acertada la mayor cantidad de ítems. Realizarla de forma individual.

Prueba Objetiva (Valor 4pts c/u)

<u>Instrucciones Específicas:</u> Son 5 ítems de desarrollo. Cada ítem a evaluar equivale a 4 puntos c/u. Para la resolución de la prueba, debe aplicar los conocimientos que tenga sobre expresiones algebraicas vista en los años anteriores, construyendo a través de números y letras ecuaciones que tengan sentido para la solución del problema. (Es importante que el estudiante de cualquier solución en el desarrollo de los problemas).

1) Doblando un alambre de 40 cm formamos un rectángulo. Halla la expresión algebraica que define el área del rectángulo y calcula su valor para x=4. (Ver figura)



2) Si al doble de un número se le resta su mitad resulta 54. ¿Cuál es el número?

3) La base de un rectángulo es doble que su altura. ¿Cuáles son sus dimensiones si el perímetro mide 30 cm?

4) En una reunión hay doble número de mujeres que de hombres y triple número de niños que de hombres y mujeres juntos. ¿Cuántos hombres, mujeres y niños hay si la reunión la componen 96 personas?

5) Las tres cuartas partes de la edad del padre de Juan excede en 15 años a la edad de éste. Hace cuatro años la edad del padre era doble de la edad del hijo. Hallar las edades de ambos.

EDUCERE - Investigación arbitrada - ISSN: 1316-4910 - Año 18 - Nº 59 - Enero - Abril 2014

Anexo 2

2) 108 -
54
54

3) 5cm 30 5cm
10
10

4) 8 +
8
16 +
8
24 x
3
72

Se encuentran 8 hombres
16 mujeres
72 niños

5) 30 4
ⓐ 60,6 x
15 años
36
06
0,6 +
4
13,6 = 14 años del hijo

= 29 años + 4años = 33 años del papá
= 33 años del papá

ⓑ x = 15 + 4
x = 19años
y = 19años + 15 años
y = 34años + 4
y = 38años

ⓒ x = 15 + 0,6
x = 15,6 = 16 años
y = 16 años + 16 = 32 años = 36

ⓐ Opción 1 = 14 años del hijo y 33años del papá
ⓑ Opción 2 = 19años del hijo y 38años del papá
ⓒ Opción 3 = 16 años de hijo y 36 años del papa
d) Opción 4 = 20 años del hijo y 44 años del papá

Anexo 3

(4) En una reunión hay doble número de mujeres que de hombres y triple número de niños que de hombres y mujeres juntos. ¿Cuántos hombres, mujeres y niños hay si la reunión la componen 96 personas?

Solución:

$x \rightarrow$ Número de Hombres

$2x \rightarrow$ Doble número de mujeres que de hombre

$3(x+2x) \rightarrow$ Triple número de niños que de hombres y mujeres juntos

Luego, $x + 2x + 3(x+2x) = 96$ (Suma del total de personas en la reunión)

$$3x + 3(3x) = 96$$

$$3x + 9x = 96$$

$$\frac{12x}{12} = \frac{96}{12}$$

$$x = \frac{96}{12}$$

$$x = 8$$

Donde, 8 es el número de hombres

$2(8) = 16$ el número de mujeres, y

$3(8+2(8)) = 3(8+16) = 3(24) = 72$ Número de niños.

Verificación del resultado

$$8+2(8)+3(8+2(8)) = 8+16+3(8+16) = 24+3(24) = 24+72 = 96$$

Anexo 4

(5) Las tres cuartas partes de la edad del padre de Juan excede en 15 años a la edad de éste. Hace cuatro años la edad del padre era doble de la edad del hijo, hallar las edades de Ambos.

Solución:

$X \rightarrow$ Padre de Juan.
$Y \rightarrow$ Juan.

$$\begin{cases} \frac{3}{4}x = y+15 & (1) \\ x-4 = 2y & (2) \end{cases}$$

$\frac{3}{4}x - 15 = y$

$\frac{x-4}{2} = y$.

Igualamos "y".

$\frac{3}{4}x - 15 = \frac{x-4}{2}$

$2\left(\frac{3}{4}x - 15\right) = x-4$

$\frac{3}{2}x - 30 = x-4$

$\frac{3}{2}x - x = -4+30$

$2\left(\frac{3x-2x}{2}\right) = (26)2$

$\boxed{x = 52}$

Sustituimos x en cualquiera de las dos ecuaciones despejadas

$y = \frac{52-4}{2} = \frac{48}{2} = 24$.

Entonces, el padre de juan tiene 52 años y Juan 24 años

Verificación del resultado.

Sustituimos los resultados de las Variables en cualquier ecuación para ver que se cumple la igualdad de la ecuación.

$52-4 = 2(24)$
$48 = 48$ ✓.