Revista Forestal Latinoamericana, 24(2):51-68. 2009

Estimaciones empíricas de parámetros de la distribución Weibull en bosques nativos del norte de México

Empirical estimations of the Weibull distribution parameters in native forests of Mexico

José de Jesús Návar-Cháidez*

Recibido: 27-05-08 / Aceptado: 01-11-09

Resumen

Esta investigación tuvo por objetivo central desarrollar un método simple, sencillo, flexible, fácil de utilizar para el cálculo de parámetros de la función de densidad Weibull. Se desarrollaron ecuaciones empíricas para predecir los parámetros de forma, α, escala, β, y localización, ε, de la distribución. Los parámetros α, β, ε se ajustan a funciones de regresión, el primero, con el solo coeficiente de asimetría y, el segundo, con cualquiera de dos procedimientos; a) como una función de los parámetros estadísticos de la variable aleatoria y b) como una función de un porcentaje de la variable aleatoria. Las funciones de regresión se ajustaron con una fuente de datos de 82 sitios del inventario forestal del estado de Nuevo León, México y éstas se utilizaron para predecir parámetros de otras cuatro fuentes independientes de datos de diámetros de bosques templados de Guanajuato y Durango y tropicales de San Luís Potosí. Las comparaciones de los parámetros, y de las probabilidades, así como de las desviaciones indicaron que las ecuaciones empíricas resultan en estimadores similares a los calculados por el método de momentos para predecir parámetros de la función de densidad Weibull. Por esta razón, se recomiendan las ecuaciones empíricas para estimar parámetros de una manera fácil y simple de la variable diámetro de cualquier tipo de bosque.

Palabras clave: método de momentos, ecuaciones de regresión, porcentajes, estructuras diamétricas, bosques naturales.

* Profesor Investigador. CIIDIR-IPN Unidad Durango. Calle Sigma s/n. Fracc. 20 de Noviembre II. Durango, Dgo., México. 34220. Tel & Fax 618 8142091. jnavar@ipn.mx.

Abstract

This research report aimed at developing a simple, easy and flexible methodology to estimate the Weibull distribution parameters. To predict the shape, scale and location parameters, empirical mathematical functions were developed. The shape, scale, and location parameters fitted regression equations, the first one with the skew coefficient, the second with either: a) a regression equation where the independent variables are the first three moments of the random variable and b) as a function a percentaje. I derived the empirical equations with 82 forest inventoried sites on temperate forests of the State of Nuevo Leon, Mexico and these regression equations predicted parameters of four independent data sets consisting of inventories of native forests of the Mexican States of Guanajuato, San Luis Potosi and Durango. Comparisons of parameters and probabilities as well as the deviations indicated that the empirical equations perform as well as the method of moments to predict parameters of the Weibull probabilistic density function. Therefore, the empirical equations are recommended to estimate the shape, scale and location parameters of this distribution for the variable diameter of almost any type of forests.

Key words: moments methodology, regression equations, percentiles, diameter structures, native forests.

Introducción

Los métodos de predicción y recuperación de parámetros son técnicas ampliamente utilizadas en el manejo forestal convencional. Las funciones de densidad Weibull, Gamma, Beta, Charlier, Normal, Log Normal y Jonson SB son distribuciones probabilísticas ampliamente utilizadas en la predicción y recuperación de parámetros (Bailey and Dell 1973, Zhou and McTague, 1996; Parresol, 2001). Dentro de estas distribuciones, la función de densidad Weibull ha sido muy popular por su flexibilidad y forma cerrada, lo que la hace que se ajuste a un sin número de variables aleatorias (Vanclay, 1994).

Existen varios métodos de estimación de parámetros en la literatura científica. Algunas técnicas emplean los métodos de máxima verosimilitud de dos y tres parámetros (Wingo, 1972; Bailey y Dell, 1973; Návar y Contreras, 2000); de momentos (Burk y Newberry, 1984; Shiver, 1988; Lindsay et al. 1996), de estimación por puntos (Zanakis, 1979). Los dos primeros procedimientos son reconocidos en la literatura científica, pero el último es popular por su facilidad en la estimación de parámetros. Hyink y Moser (1983) introdujeron las tecnologías de predicción de parámetros en el manejo forestal por medio de la predicción de los atributos del rodal. Hynk (1980), por otro lado, observó que la recuperación en lugar de la predicción mejora la proyección de las probabilidades de las estructuras diamétricas. Los métodos de recuperación de parámetros (Zanakis, 1979; Da Silva, 1986) y de momentos (Burk y Newberry, 1984) necesitan de la predicción de los primeros tres momentos o porcentajes de la función de distribución.

La predicción y recuperación de parámetros se ha realizado en un sin número de bosques sobre todo uni específicos y regulares, pero pocos intentos se han realizado para desarrollar métodos simples, flexibles y fáciles de utilizar en la predicción de parámetros de distribuciones Weibull ajustadas a las clases diamétricas provenientes de bosques mixtos e irregulares. Como consecuencia, el objetivo central de esta investigación fue el de desarrollar un método empírico para la estimación de parámetros de la función de densidad Weibull para predecir las estructuras diamétricas de bosques nativos del norte de México.

Materiales y métodos

Se ajustó la distribución Weibull a los datos de diámetro al nivel del sitio de inventario forestal para describir los parámetros de la función de densidad. La distribución Weibull como función de densidad probabilística simple y acumuladas se presentan a continuación (Haan, 1986);

$$Px(X) = \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)\left(\frac{X-\varepsilon}{\beta}\right)^{\alpha-1} e^{\left(-\left(\frac{X-\varepsilon}{\beta}\right)^{\alpha}\right)} \quad [1]$$

$$Px(x \leq X) = 1 - e^{\left(-\left(\frac{X-\varepsilon}{\beta}\right)^{\alpha}\right)} \quad [2]$$

Donde: $p_x(x)$= es la probabilidad de la variable aleatoria x, α, β y ε son los parámetros de forma, escala y localización de la distribución, respectivamente.

Los parámetros α, β y ε se estiman por medio de la técnica de momentos, como sigue:

Haan (1986) reportó que el coeficiente de asimetría o sesgo (γ) se relaciona con el parámetro de forma (α) por medio de la siguiente ecuación:

$$\gamma = \frac{\Gamma(1+3/\alpha) - 3\Gamma\Gamma(+2/\alpha)\Gamma\Gamma(+1/\alpha) + 2\Gamma^3(1+1/\alpha)}{[\Gamma\Gamma(+2/\alpha) - \Gamma^2(1+1/\alpha)]^{3/2}} \quad [3]$$

Donde: μ y σ son el promedio y la desviación estándar de la variable aleatoria x., y Γ(x) es la función gamma. El parámetro de forma se resuelve iterativamente por la estimación primero del coeficiente de asimetría y buscando iterativamente el valor del parámetro de forma. Una vez que se tiene el parámetro de forma, se resuelve por el parámetro de escala y posición por medio de las ecuaciones [4] y [5].

$$\beta = \left[\frac{\sigma^2}{\Gamma(1+2/\alpha) - \Gamma^2(1+1/\alpha)}\right]^{1/2} \quad [4]$$

$$\varepsilon = \mu - \beta\Gamma(1+1/\alpha) \quad [5]$$

De la ecuación [3], se puede ver que el parámetro de forma se encuentra íntimamente relacionado con el coeficiente de asimetría de la variable aleatoria. Se asume que esta relación debe ser la misma para cualquier variable aleatoria. Entonces, con obtener la función matemática, posteriormente, con la sola estimación del coeficiente de asimetría, se puede calcular el valor del parámetro de forma.

De igual manera, se puede observar en la ecuación [4], que el parámetro de escala está íntimamente relacionado con la desviación estándar y el parámetro de forma, y de igual manera, el parámetro de localización [ecuación 5], se relaciona con el promedio de la variable aleatoria y con los otros dos parámetros de la función de densidad probabilística. Estas observaciones dirigen esta investigación hacia la propuesta de que los parámetros de la función de densidad Weibull, se encuentran funcionalmente relacionados con los parámetros estadísticos de la variable aleatoria, i.e.:

$$\alpha = f(\gamma); \quad [6]$$

$$\beta = f(\bar{x}, \sigma_x, \gamma); \quad [7]$$

$$\varepsilon = f(\bar{x}, \sigma_x, \gamma, \alpha, \beta) \quad [8]$$

Donde:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \quad [9]$$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} \left[x_i - \bar{x}\right]^2}{n-1}} \quad [10]$$

$$\gamma = \frac{n^2 \cdot \sum_{i=1}^{n} \left[x_i - \bar{x}\right]^3}{(n-1) \cdot (n-2) \cdot \sigma_x^3} \quad [11]$$

Donde: xi = cada valor de la variable aleatoria, n = número de observaciones.

Fuentes de datos estudiados

Se encontraron disponibles cinco fuentes de datos de diámetro normal del inventario forestal de: a) 82 sitios del inventario nacional forestal del 2004-2006 de los bosques templados del estado de Nuevo León, México, b) 61 sitios de inventario tipo de la región de El Salto, Durango, México, c) 15 sitios del inventario forestal de manejo del predio 'La Garza' del estado de Guanajuato, México, d) 48 sitios de inventario de los bosques tropicales de San Luís Potosí, México y e) 45 sitios de inventario de los bosques semi secos del Ejido 'El Carmen' de San Luís Potosí, México. Los inventarios forestales convencionales generalmente se realizan estratificadamente en sitios circulares de 1000m^2, mientras que el inventario forestal nacional del 2004-2006 se realizó en cuatro conglomerados circulares de 400 m^2 cada uno. El número de árboles promedio, los diámetros promedio y su desviación estándar por cada tipo de bosque inventariado se presentan en la tabla 1.

Tabla 1. Estadísticos del número de árboles por sitio y las diámetros promedio y su desviación estándar para inventarios forestales de cinco regiones del norte de México.

Región	Número de árboles promedio en el sitio	Diámetro Promedio (cm)	Desviación Estándar (cm)
Nuevo León	67.58	18.32	8.42
El Salto, Dgo.	113.57	18.71	11.14
Pozo del Carmen, SLP	46.17	18.85	6.73
La Pila, SLP	78.93	19.06	8.84
La Garza, Gto.	46.53	21.13	8.59

Se utilizaron los datos del inventario nacional forestal de los bosques templados del estado de Nuevo León (82 sitios). De estos sitios, se calcularon los parámetros de la función de densidad Weibull por el método de momentos (ecuaciones 3, 4 y 5). Se calcularon también los parámetros estadísticos promedio (ecuación 9), desviación estándar (ecuación 10) y coeficiente de asimetría (ecuación 11). Se completó una matriz de 82 sitios por 6 parámetros (de forma, escala y localización, el promedio, la desviación estándar y el coeficiente de asimetría). Se desarrollaron ecuaciones para predecir los parámetros de forma, escala y localización de acuerdo con las ecuaciones matemáticas 6, 7 y 8. Una vez desarrolladas las ecuaciones más pertinentes, se procedió a estimar los parámetros de forma, escala y localización con las ecuaciones matemáticas previamente desarrolladas, entonces se tuvieron 6 parámetros de la función de densidad Weibull; 3 estimados por el método de momentos y 3 estimados por las ecuaciones desarrolladas empíricamente.

Se utilizaron cuatro fuentes de datos totalmente independientes (La Garza, Guanajuato, El Salto, Durango, Pozo del Carmen y la Pila, SLP) para probar la bondad de ajuste de las ecuaciones empíricas previamente desarrolladas. Para estas fuentes de datos, se calcularon los parámetros de forma, escala y posición por los métodos de momentos, y por medio de las ecuaciones empíricas previamente desarrolladas para la fuente de datos de los bosques templados de Nuevo León, México.

Con los parámetros estimados por los dos procedimientos diferentes e independientes, se calcularon la desviación estándar y el coeficiente de variación de los parámetros estimados por los dos procedimientos, con las ecuaciones [12] y [13], respectivamente, para cada una de las cinco fuentes de datos.

$$\sigma_{\alpha,\beta,\varepsilon} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left[\alpha_{mm} - \alpha_{ee}\right]^{2}}{n-p-1}} \qquad [12]$$

$$CV_{\alpha,\beta,\varepsilon} = \frac{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left[\alpha_{mm} - \alpha_{ee}\right]^{2}}{n-p-1}}}{\alpha_{mm}} \cdot 100 \qquad [13]$$

Para el parámetro de escala, se buscó también un procedimiento independiente de estimación, encontrándose que los porcentajes podrían resultar en un estimador favorable. Se ordenaron los datos de los diámetros ascendentemente, se creó una variable k de orden que obtiene su valor de 1 para el diámetro menor hasta n para el dato del diámetro mayor, y se calculó su valor de probabilidad, p(x), con la ecuación [14].

$$p(x) = \frac{k}{n+1} \qquad [14]$$

Se buscó el valor del diámetro ordenado ascendentemente que se encontrara más cercano al valor de escala previamente calculado por el método de momentos, una vez encontrado, se extrajo el valor de probabilidad correspondiente a este diámetro que es similar al valor de β. La desviación estándar y el coeficiente de variación de las ecuaciones [12] y [13] se calcularon también para los valores de β estimados por momentos y por este nuevo procedimiento de porcentajes o probabilidades.

Se estimaron además las probabilidades con las ecuaciones [1] y [2] con los parámetros promedio estimados por el método de momentos y por las ecuaciones que predicen empíricamente los parámetros. Con estos datos y con el número de árboles promedio, se corrieron las pruebas de Kolmogorov-Smirnoff, K-S, para las probabilidades de la ecuación [2] y la prueba de χ^2 para las probabilidades de la ecuación [1] para probar la hipótesis nula de la igualdad de las distribuciones probabilíticas diamétricas estimadas por los dos procedimientos para cada uno de los lugares donde se tuvo acceso a la información del inventario. Las pruebas de de χ^2 y de K-S se presentan en las ecuaciones [15] y [16].

$$\chi 2=\sum_{i=1}^{n}\frac{\left|\left(\left(p(x_i)\cdot n\right)-\left(p(x_j)\cdot n\right)\right)\right|}{\left(p(x_i)\cdot n\right)} \quad [15]$$

$$K-S=\max\left|p(x_i)-p(x_j)\right| \quad [16]$$

Donde: p(xi,j) = probabilidad estimada con los parámetros estimados por momentos y por las ecuaciones empíricas, respectivamente, n = número promedio de datos.

Todos estos modelos se corrieron en el programa de cómputo Statistical Analysis System. Ver 8.0 (SAS, 2000).

Resultados y discusion

El modelo desarrollado para estimar el parámetro α se presenta en la figura 1. Es notorio que el modelo de caída doble exponencial predice adecuadamente la relación coeficiente de asimetría y parámetro de forma de la función de densidad Weibull. Los parámetros estadísticos de la bondad de ajuste no podrían haber resultado mejores, con un coeficiente de determinación muy cercano al 1.0 y un error estándar demasiado pequeño, casi acercándose al 0. La relación indica que a medida que el coeficiente de asimetría disminuye, α aumenta notoriamente y viceversa. Diámetros normales insesgados producen parámetros de forma del orden de 3.5, para estructuras simétricas o sin sesgo. Diámetros normales sesgados, con coeficientes de asimetría de 2.0

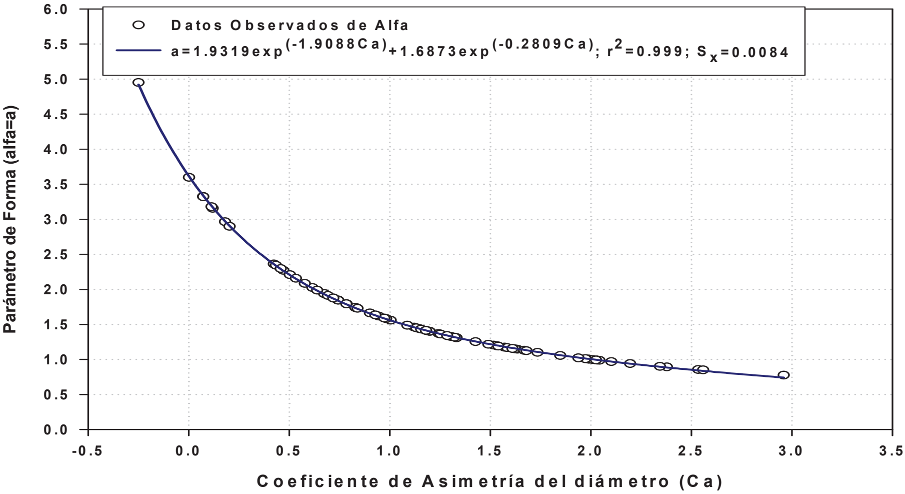

Figura 1. El parámetro de forma de la función de densidad Weibull en función del coeficiente de asimetría de la variable diámetro normal de 82 sitios provenientes de bosques templados del estado de Nuevo León.

producen valores de α de 1.0, con distribuciones diamétricas que asemejan la típica curva de Licourt o J invertida.

La ecuación y los estadísticos de ajuste para estimar el parámetro de forma fueron los siguientes:

$$\alpha = a \cdot \exp(-b \cdot Ca) \cdot c \cdot \exp(-d \cdot Ca)$$
$$r^2 = 0.99;\ Sx = 0.0084$$
$$Estadística\ de\ Durbin-Watson = 1.8123$$
$$\text{Prueba de Normalidad de Residuales} = 0.1160;\ P(0.1160) = 0.2061$$

Donde: α = Parámetro de forma de la distribución Weibull, a = 1.9319 (0.0221), b = 1.9088 (0.0182), c = 1.6873 (0.0211), d = 0.2809 (0.0056), Ca = Coeficiente de asimetría de la variable aleatoria diámetro.

La ecuación para calcular el parámetro de escala, β, de la distribución Weibull fue la siguiente:

$$\beta = a + b \cdot \overline{Dn} + c \cdot \sigma_{Dn} - d \cdot Ca$$
$$r^2 = 0.99;\ Sx = 0.32$$
$$Estadística\ de\ Durbin - Watson = 1.9253$$
$$Prueba\ de\ Normalidad\ de\ Residuales = 0.2173;\ P(0.2173) = 0.3571$$

Donde: β = parámetro de escala de la distribución Weibul, a = 1.1671(0.2246), b = 1.0687(0.0179), c = 0.037(0.0244), d = -1.282(0.0886), Dn = Diámetro normal promedio, σ_{Dn} = Desviación estándar de la variable aleatoria diámetro, Ca = coeficiente de asimetría de la variable aleatoria diámetro.

La ecuación para calcular el parámetro de localización, ε, de la distribución Weibull fue la siguiente:

$$\varepsilon = a + b \cdot \overline{Dn} + c \cdot \alpha + d \cdot \beta + e \cdot (\overline{Dn} - \beta \cdot \alpha)$$
$$r^2 = 0.79;\ Sx = 1.86$$
$$Estadística\ de\ Durbin - Watson = 2.568$$
$$Prueba\ de\ Normalidad\ de\ Residuales = 0.1785;\ P(0.1785) = 0.2758$$

Donde: ε = parámetro de localización de la distribución Weibull, a = -0.074, b = 2.3457, c = 1.8559, d = 1.9396, e = 0.1975, Dn = Diámetro normal promedio, α = Parámetro de forma de la distribución Weibull, β = parámetro de escala de la distribución Weibull.

Las regresiones son altamente significativas en términos probabilísticos (P=F=0.0001) y todos los parámetros poseen también significancia estadística (P=t<0.05), esto se puede observar en los errores estándares tan bajos para cada uno de los parámetros. Los errores son aleatorios, como se puede observar en las pruebas de Durbin-Watson y se distribuyen normalmente, de acuerdo con las pruebas de normalidad.

Los parámetros promedio de la distribución Weibull estimados por el método de momentos y por las ecuaciones empíricas para cada uno de los sitios inventariados se presentan en la tabla 2. Son notorias las similitudes entre los parámetros de forma y escala para los dos procedimientos de momentos y ecuaciones empíricas, porque las diferencias no sobrepasan más de dos centésimos. El parámetro de posición estimado empíricamente oscila más aleatoriamente alrededor del estimador por el método de momentos. Las diferencias son de hasta casi un 90% para los sitios inventariados de La Garza, El Salto y Pozo del Carmen, mientras que para el resto de los sitios, los parámetros de escala son muy similares.

Tabla 2. Estadísticos del número de árboles por sitio y las diámetros promedio y su desviación estándar para inventarios forestales de cinco regiones del norte de México.

Sitios	Parámetros de la Función de Densidad Weibull					
	Método de Momentos			Ecuaciones Empíricas		
	Forma αm	Escala βm	Localización εm	Forma αee	Escala βee	Localización εee
La Garza, Guanajuato	2.07	22.79	4.54	2.07	22.88	2.67
Nuevo León	1.63	18.71	5.12	1.63	18.73	5.08
El Salto, Durango	1.34	19.62	3.99	1.34	19.54	6.48
La Pila, San Luís Potosí	1.38	20.11	6.93	1.36	20.11	6.81
Pozo del Carmen, San Luís Potosí	1.98	20.58	6.74	1.97	20.75	3.97

Donde: m = momentos, ee = ecuaciones empíricas

Las desviaciones estándar y los coeficientes de variación resultantes de las diferencias entre los parámetros estimados por el método de momentos y el método de las ecuaciones empíricas, se presentan en la tabla 3. Las desviaciones estándares y coeficientes de variación para los parámetros α y β son extremadamente bajos. Estos valores no sobrepasan el 3% de la diferencia con respecto al promedio. Esto es indicativo de las similitudes de los parámetros de forma y de escala entre los dos procedimientos de estimación de parámetros. A diferencia, el parámetro de posición alcanza casi el 100% de diferencia en las estructuras diamétricas de los predios de El Salto, Durango y de la Garza, Guanajuato con respecto al promedio en los sitios inventariados, pero son similares a los sitios de Nuevo León, donde se desarrolló la ecuación empírica a los sitios inventariados de La Pila, SLP y de Pozo del Carmen, SLP.

Tabla 3. Desviaciones estándares y coeficientes de variación para las diferencias de los parámetros de forma, escala y localización de la función de densidad Weibull para cinco sitios inventariados en bosques nativos del norte de México.

	Desviación Estándar				Coeficiente de Variación (%)			
Sitios	**Sα**	**Sβ**	**Sβ2**	**Sε**	**Cvα**	**Cvβ**	**Cvβ2**	**Cvε**
Nuevo León	0.0084	0.3683	0.2946	2.0981	0.52	1.97	1.57	40.96
El Salto, Durango	0.0170	0.4995	0.3878	3.9488	1.26	2.54	1.97	98.86
La Pila, San Luís Potosí	0.0391	0.4296	0.6008	1.8974	2.83	2.13	2.98	27.37
Pozo del Carmen, San Luís Potosí	0.0285	0.8414	0.5442	4.0602	1.44	4.08	2.64	59.46
La Garza, Guanajuato	0.0098	0.2800	0.5563	3.6521	0.47	1.23	2.44	80.48

La estimación del parámetro de escala por medio del procedimiento de porcentajes resultó que el valor se encuentra restringido al porcentaje 62 de los diámetros ordenados ascendentemente (Tabla 4). Sin embargo, la desviación estándar nos dice que este porcentaje oscila en casi el 70% de los casos entre los porcentajes 57 y 66.

Tabla 4. Estimación del parámetro de escala por medio del procedimiento de porcentajes para cinco sitios inventariados de bosques nativos del norte de México.

	Estadísticos del Parámetro de Escala, β		
Rodales	**Promedio**	**Desviación Estándar**	**Número de Sitios**
Nuevo León	0.6324	0.0442	82
El Salto, Durango	0.6310	0.0415	61
La Pila, San Luís Potosí	0.6208	0.0524	48
Pozo del Carmen, San Luís Potosí	0.6080	0.0569	45
La Garza, Guanajuato	0.6078	0.0331	15

Las desviaciones estándares y coeficientes de variación para los parámetros de escala por medio de las ecuaciones empíricas y los porcentajes, presentan resultados inconsistentes, pero con desviaciones bajas y similares entre los dos procedimientos. Se recomienda utilizar cualquiera de las dos técnicas de estimación del parámetro beta de la función de densidad Weibull.

A pesar de estas diferencias en el parámetro de localización, se calcularon las probabilidades con las ecuaciones [1] y [2] y los resultados de estas simulaciones en términos probabilísticos se presentan en la figura 2. Las similitudes entre las distribuciones probabilísticas acumuladas (figuras de la izquierda) y de las densidades probabilísticas (figuras de la derecha), para los dos métodos de estimación de parámetros, son notorias para todos los sitios inventariados con la excepción del Pozo del Carmen, SLP., México. A pesar de las diferencias de este sitio, las pruebas de K-S y de $\chi 2$ resultaron en hipótesis nulas para todos los sitios (Tabla 5).

Tabla 5. Pruebas de hipótesis de Kolmogorov-Smirnoff y de $\chi 2$ para los cinco sitios inventariados de bosques nativos del norte de México.

	Estadísticos del Parámetro de Escala, β		
Rodales	**Promedio**	**Desviación Estándar**	**Número de Sitios**
Nuevo León	0.6324	0.0442	82
El Salto, Durango	0.6310	0.0415	61
La Pila, San Luís Potosí	0.6208	0.0524	48
Pozo del Carmen, San Luís Potosí	0.6080	0.0569	45
La Garza, Guanajuato	0.6078	0.0331	15

Las ecuaciones empíricas desarrolladas en función de los estadísticos resultan en estimadores similares de parámetros de forma, escala y posición de la distribución Weibull y de las probabilidades que se derivan de esta función de densidad en comparación con el método de momentos. La habilidad de predicción de estos parámetros por métodos sencillos, simples, flexibles y fáciles de trabajar ha sido uno de los grandes retos de los manejadores forestales (Bailey y Dell, 1973; Borders, 1989; Parresol, 2001; Cao, 2004).

La estimación de parámetros se realiza, generalmente, por los métodos de momentos (Haan, 1986), momentos probabilísticos ponderados (Grender et al., 1990), técnicas de cuadrados mínimos, procedimientos de máxima verosimilitud (Haan, 1986; Devore, 1995), el método de puntos y porcentajes (Zanakis, 1979), etc. Los parámetros de la distribución han sido predichos

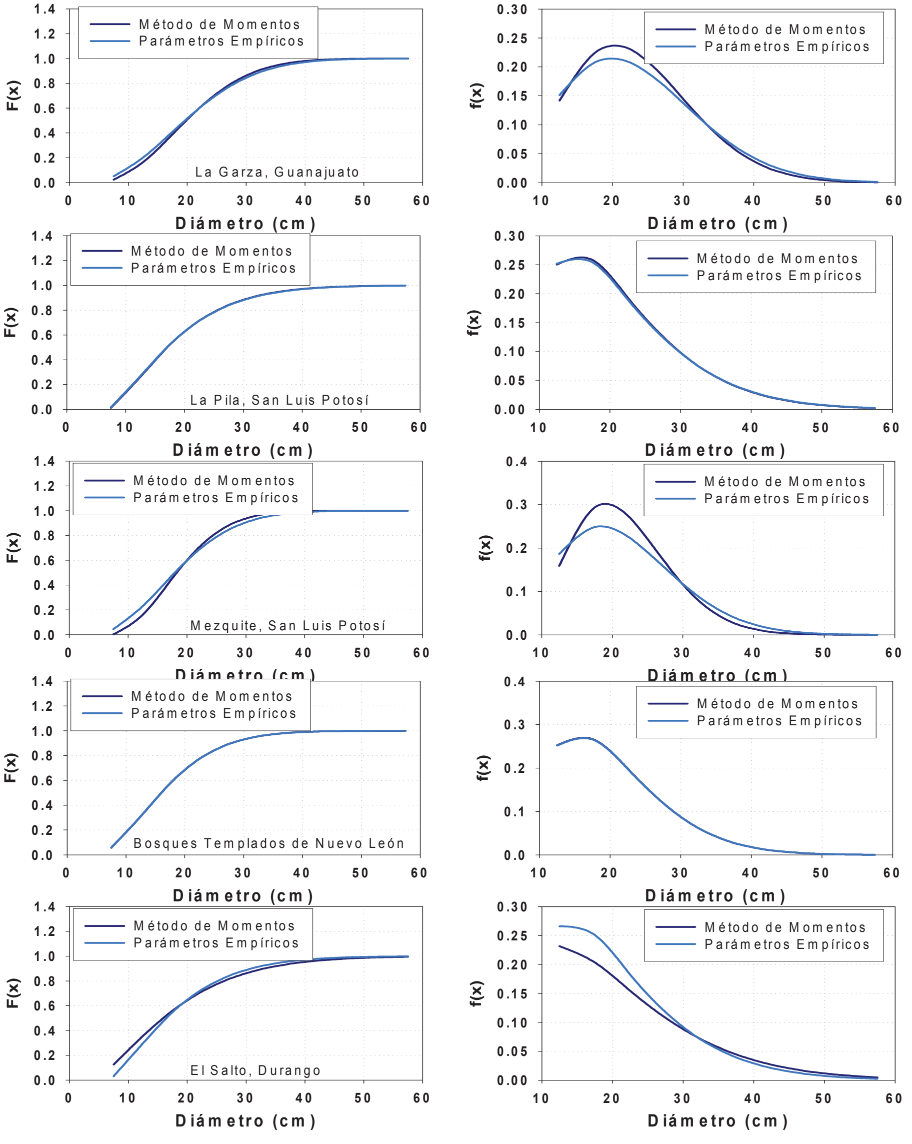

Figura 2. Las probabilidades acumuladas estimadas por la ecuación [2] y las densidades de probabilidades calculadas por la ecuación [1] con parámetros estadísticos promedio estimados por el método de momentos y por ecuaciones empíricas para cinco sitios inventariados forestalmente en el norte de México.

por un sin número de formas, aunque no existe ninguna lógica para justificar cualquier procedimiento sobre el siguiente. En el manejo forestal, los procedimientos de predicción generalmente se enfocan en el desarrollo de ecuaciones empíricas de los parámetros de la distribución probabilística, previamente estimados, con los atributos del rodal (Clutter y Bennett, 1965; Clutter et al., 1983; Vanclay, 1994; Cao y Baldwin, 1999). Estas ecuaciones son de regresión múltiple, donde las variables independientes son los atributos del rodal (área basal, número de árboles por hectárea, altura de los árboles dominantes, edad de los árboles, espacio relativo entre árboles, etc.).

Las ecuaciones empíricas desarrolladas en este estudio son en términos filosóficos similares a las ecuaciones de predicción reportadas en el párrafo anterior, sobre todo por la similitud en las formas matemáticas utilizadas. Las típicas ecuaciones de predicción utilizan variables independientes o parcialmente relacionadas con otras variables del rodal. La diferencia radica en que las ecuaciones aquí presentadas sólo hacen uso de los estadísticos de la misma variable aleatoria, de una manera similar a como se estiman los parámetros descritos anteriormente. Las ventajas de este procedimiento, en comparación con los métodos de estimación descritos anteriormente, es que se elimina la necesidad de utilizar sistemas iterativos para llegar a la solución correcta y, además, se elimina el uso de parámetros difíciles de entender como la función gamma y su posible integración.

Se percibe que la metodología aquí descrita posee otras ventajas en contraste con los métodos de estimación de parámetros: a) que puede ser útil para estimar parámetros de cualquier otra variable aleatoria, además del diámetro y b) que la predicción de los momentos de la variable aleatoria resulta en el procedimiento de predicción de los parámetros, sin pérdida de precisión en el cálculo de probabilidades. A pesar de que existen problemas con la estimación del parámetro de posición, este puede, en muchas ocasiones, eliminarse y la función de densidad sale del origen para convertirse en una función de densidad de dos parámetros, ampliamente utilizada en muchas áreas del manejo forestal (Bullock y Burkhart, 2004). Cuando se elimina el parámetro de localización, las probabilidades resultantes son esencialmente las mismas porque los parámetros estimados por los métodos convencionales y por este procedimiento son muy similares.

Otra forma de estimar el método de posición se basa en la típica ecuación de porcentajes de Bailey ***et al***., (1989). Frazier (1981) observó que este parámetro es generalmente 0.50 Do, donde Do = es el diámetro mínimo observado. Este método puede mejorar las estimaciones del parámetro de posición. Sin embargo, estas posibilidades merecen un estudio posterior para facilitar el cálculo de parámetros.

Conclusiones

Este trabajo de investigación tuvo como objetivo central el probar un método novel y simple de estimación de parámetros de la distribución Weibull de 3 parámetros. El modelo es empírico por naturaleza, porque estima a través de ecuaciones de regresión, los parámetros de forma, α, escala, β, y localización, ε, de la distribución. Primero se estima el parámetro α con el coeficiente de asimetría, posteriormente, se estima el parámetro β con el promedio, la desviación estándar y el coeficiente de asimetría, y por último, se estima el parámetro ε con el promedio y el parámetro β. El modelo produce distribuciones probabilísticas comparables para la fuente de datos del ajuste de parámetros y para una fuente independiente de datos diamétricos. La metodología funciona adecuadamente para estructuras diamétricas, pero se prevé que puede predecir tan bien cualquier estructura de cualquier otra variable.

Agradecimientos

El autor agradece a las personas que facilitaron la colecta y presentación de los datos del inventario forestal de los sitios descritos, y a los revisores anónimos por su interés en mejorar la calidad del manuscrito.

Referencias bibliográficas

BAILEY, R. L. and DELL, T. R. 1973. Quantifying diameter distributions with the Weibull function. ***Forest Science***. 19(2):97-104.

BAILEY, R. L., BURGAN, T. M. and JOKELA, E. J. 1989. Fertilized midrotation-aged slash pine plantations-Stand structure and yield prediction models. ***South J. Appl. For.*** 13: 76-80.

BORDERS, B. E. 1989. Systems of equations in forest stand modeling. ***For. Sci.*** 35: 548-556.

BURK, T. E. and NEWBERRY, T. D. 1984. A simple algorithm for moment based recovery of Weibull distribution parameters. ***Forest Science*** 30(2):329-332.

BULLOCK, B. P. and BURKHART, H. E. 2004. Juvenile diameter distributions of loblolly pine characterized by the two-parameter Weibull function. ***New Forests*** 29: 233-244.

CAO, Q. V. and BALDWIN, V. C. 1999. A new algorithm for stand table projection models. ***For. Sci.*** 45: 506-511.

CAO, Q. V. 2004. Predicting parameters of a Weibull function for modeling diameter distribution. ***Forest Science*** 50: 682-685.

CLUTTER, J. L., and BENNETT, F. A. 1965. Diameter distribution in old-field slash pine plantations. ***Ga. For. Res. Counc. Rep***. 13. 9 p.

CLUTTER, J. L., FORTSON, J. C., PIENAAR, L. V., BRISTER, G.H. and BAILEY, R. L. 1983. ***Timber Management: A Quantitative Approach***. John Wiley and Sons. New York. pp: 3-29.

DA SILVA, J. A. A., 1986. ***Dynamics of stand structure in fertilized slash pine plantations***. Ph. D. Diss. Univ. of Georgia, Athens Ga. 139 p.

DEVORE, J. L. 1995. ***Probability and Statistics for Engineers and the Sciences.*** Brooks/Cole Publishing Company. California. 312 p.

FRAZIER, J. R. 1981. ***Compatible whole-stand and diameter distribution models for loblolly pine plantations***. Ph.D. Dissertation. Virginia Polytechnic Institute and State University. Blacksburg, V.A. 125 p.

GRENDER, J. M., DELL, T. R. and REICH, R. M. 1990. Theory and derivation for probability weighted moment estimates for Weibull parameter estimates. Institute for Quantitative Studies. ***Research Paper Southern Forest Experiment Station***. USDA Forest Service SO-260. 19 p.

HAAN, C. T. 1986. ***Statistical Methods in Hydrology***. Iowa State Press. 378 p.

HYNK, D. M. 1980. Diameter distribution approaches to growth and yield modeling. P. 138-163 in ***Forecasting forest stand dynamics,*** Brown, K,M., and F.R. Clarke (eds). Sch. For., Lakehead Univ., Thunderbay, Ontario.

HYINK, D. M. and MOSER, J. W. JR. 1983. A generalized framework for projecting forest yield and stand structure using diameter distributions. ***Forest Science.*** 29:85-95.

LINDSAY S. R., WOOD, G. R. and WOOLLONS, R. C. 1996. Stand table modeling through the Weibull distribution and usage of skewness information. ***Forest Ecology and Management*** 81:19-23.

NÁVAR, J. and CONTRERAS, J. 2000. Ajuste de la distribucion Weibull a las estructuras diametricas de rodales irregulares de pino de Durango, Mexico. ***Agrociencia: Rec. Nat. Ren.*** 34: 356-361.

PARRESOL, B. 2001. Recovering parameters of Johnson's SB distribution: a demonstration with loblolly pine. On Rev. In ***Can. J. For. Res.***

SAS. ***Statistical Analysis System.*** 2000. SAS Institute Inc. Cary, N.C. USA.

SHIVER, B. D. 1988. Sample size and estimation methods for the Weibull distribution for unthinned slash pine plantation diameter distributions. ***Forest Science*** 34(3): 809-814.

VANCLAY, K. V. 1994. ***Modeling Forest Growth and Yield: Applications to Mixed Tropical Forests.*** CAB International. Wallingford, Oxon, UK. 312 p.

WINGO, D. R. 1972. Maximum likelihood estimation of the parameters of the Weibull distribution by modified quasilinearization. ***IEEE Trans. Reliability***, R-21, 2, pp. 89-93.

ZANAKIS, S. H. 1979. A simulation study of some simple estimators for the three parameter Weibull distribution. ***J. Stat. Comput. Simul.*** 9:101-116.

ZHOU, B. and MCTAGUE, P. V. 1996. Comparison and evaluation of five methods of estimation of the Johnson systems parameters. ***Canadian Journal of Forest Research*** 26: 928-935.