



Investigación arbitrada

TIPOLOGÍA DE ERRORES EN EL ÁREA DE LA GEOMETRÍA PLANA

Fecha de recepción: 12-07-03

Fecha de aceptación: 29-07-03

LISSETTE FRANCHI – ANA I. HERNÁNDEZ DE RINCÓN
hectorpuntocom@cantv.net - anaismerida@telcel.net.ve
LA UNIVERSIDAD DEL ZULIA - FACULTAD DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Resumen

Un error es una oportunidad de aprendizaje que permite al alumno tomar una decisión al percatarse de no haber llegado a la solución correcta del problema; podrá, entonces, seleccionar una alternativa entre dos posibles: la primera, intentar buscar otro camino que lo guíe a la solución correcta superando así su error; la segunda, insistir en el error lo que lo llevará al fracaso. Para superarlo, el docente debe diseñar situaciones didácticas que conduzcan al estudiante a sustituir conocimientos errados por conocimientos verdaderos, identificando, clasificando y conociendo la naturaleza de los errores. En geometría se ha escrito poco con relación a sus tipos de errores, y por ello, el objetivo de esta investigación es proponer una tipología de los mismos en esta área que permita identificar y clasificar los errores de los alumnos. Para la propuesta se consideraron: la Teoría de las Situaciones Didácticas, tipologías de errores en otras áreas, la experiencia de las investigadoras y un estudio exploratorio realizado durante dos semestres con alumnos de Geometría de la Facultad de Ingeniería de LUZ. Como resultado, se obtuvo una tipología formada por 8 categorías. Se recomendó utilizarla como herramienta que ayude a seleccionar estrategias adecuadas para superar errores en alumnos en esta área.

Palabras clave: error, tipología, geometría.

Abstract

Typology of errors in the area of the flat geometry

An error is an opportunity for learning that allows the student to take a decision as he notices he didn't get the right solution of the problem. He may then select other alternative, among two possible ones: first, trying to look for another way that guides him to the right solution overcoming his error; second, insisting with the error that will lead him to a breakdown. In order to overcome it, the teacher must design didactical situations that lead the student to substitute wrong knowledge with right one, identifying, classifying and knowing the nature of the errors. Not too much has been written in geometry related to its kinds of errors, thereby to propose a typology of errors in this area, which allows to identify and classify the errors of the students, is the objective of this investigation. For the proposal was considered: the Theory of Didactical Situations, typologies of errors in other areas, experience of the researchers and one exploratory investigation fulfilled along two semesters with Geometry students of the Engineering Faculty of LUZ. A typology constituted by 8 categories was obtained. Using it as a tool, which helps the teacher in selecting appropriate strategies to overcome errors related to geometry in his students, was recommended.

Keywords: error, typology, Geometry.



Introducción

Una mirada a la historia de diversas disciplinas nos revela que muchos conceptos que se han aceptado como conocimiento válido, actualmente se consideran como errados. En los primeros años de la historia, era “evidente” que la Tierra era plana; antes de Copérnico y de Galileo era “obvio” que el sol giraba alrededor de nuestro planeta; la hipótesis de la generación espontánea nace con Aristóteles y hasta hace 300 años aproximadamente, la mayoría de las personas creían en ella, al punto de que un destacado científico del siglo XVI, Van Helmont, afirmó que los ratones surgían espontáneamente de una camisa sucia y de unos granos de trigo.

Por su parte, los matemáticos durante dos milenios consideraron como una verdad absoluta que la geometría euclidiana era la única geometría posible, lo que los llevó a empeñarse, infructuosamente, en tratar de demostrar el quinto postulado de Euclides partiendo de los cuatro primeros.

El desarrollo del conocimiento científico ha estado acompañado de errores según puede constatarse al revisar su evolución en la historia. La identificación y análisis de estos errores ha permitido sustituir un conocimiento viejo e institucionalizado en la sociedad por uno nuevo que se revela lleno de fuerza y vigor, con el correspondiente esfuerzo y sacrificio de quienes han tenido el valor de exponerlo y defenderlo ante cualquier adversidad.

El error, como en toda actividad humana, está también vinculado al proceso de enseñanza-aprendizaje. Las personas que están ligadas de una u otra manera a este proceso, conciben al error esencialmente como negativo. Esta concepción de rechazo hacia el error pareciera acrecentarse en el ámbito universitario, sobre

todo en carreras estrechamente relacionadas con la matemática.

Es inquietante descubrir que estudiantes que han obtenido notas excelentes en la Educación Media, presentan serias dificultades en el aprendizaje de las asignaturas del nivel superior. Esto ocurre con los alumnos que culminan el bachillerato y se enfrentan a las asignaturas que deben aprobar en el primer semestre de la Facultad de Ingeniería de L.U.Z.

La razón del fracaso en el aprendizaje de las matemáticas se ha atribuido a factores de diversa índole en el nivel medio; por ejemplo, pérdida excesiva de clases en la educación pública, incumplimiento de los contenidos programáticos, poca motivación hacia el estudio de las matemáticas, malos hábitos de estudio, etc. El bajo rendimiento que registran los estudiantes en matemáticas y materias afines obedece, según Espinosa (2000), a diversos factores, uno de los cuales es el error en el cual incurren los estudiantes en su trabajo de matemáticas.

La asignatura Geometría, de la Facultad de Ingeniería de LUZ, se encuentra ubicada en el primer semestre y abarca el estudio de la geometría métrica y analítica del plano. Esta materia es de carácter formativo, la cual hace énfasis en el uso del razonamiento formal y sistemático para la resolución de problemas. La experiencia refleja que el estudiante tiene mayor dificultad para aprender la geometría métrica, esto se debe en gran medida, precisamente, al requerimiento del razonamiento lógico-formal. Los docentes dedican gran parte del tiempo disponible para hacer énfasis en los puntos álgidos del contenido y constantemente refuerzan aquellos aspectos donde tradicionalmente el estudiante incurre en errores.

Muchos de los errores que cometen los estudiantes de geometría involucran a su vez errores derivados del mal uso del álgebra de bachillerato, del desconocimiento de las nociones geométricas básicas, y algunos otros se derivan de la resistencia a utilizar el razonamiento lógico básico para demostrar proposiciones en geometría. Las estrategias que debe emplear un docente para hacer uso de los errores de los alumnos como fuente de aprendizaje y su posterior superación por oposición a un nuevo conocimiento, dependen del tipo de error que manifieste el alumno, por ello es imprescindible conocer la naturaleza de los errores que comenten los alumnos en esta área. Con base en los planteamientos expuestos anteriormente, surge la siguiente interrogante: ¿cómo sería una tipología de errores en el área de la geometría plana que permita identificar y clasificar los errores que cometen los alumnos?

Para responder a esta pregunta, se planteó como objetivo fundamental de esta investigación el siguiente:

proponer una tipología de errores en el aprendizaje en el área de la Geometría, que permitiera identificar y clasificar los errores cometidos por los alumnos durante su aprendizaje.

Fundamentos teóricos

Para Balacheff (1990), en la problemática francesa de la investigación en educación matemática, se consideran fundamentalmente las relaciones existentes entre dos hipótesis (una epistemológica y una constructivista), dos restricciones (la matemática como conocimiento social y la clase como comunidad) y un problema (la responsabilidad de la validez de las soluciones dadas a los problemas planteados). (Gómez, 1993).

Afirma el autor, que el punto de partida lo constituye la hipótesis constructivista, según la cual es el alumno quien construye su propio significado del conocimiento matemático a partir de un conflicto cognitivo y en relación con su entorno. La hipótesis epistemológica sugiere que los problemas son fuentes del conocimiento y, por consiguiente, el aprendizaje se debe producir como consecuencia del reconocimiento y la reconstrucción de los problemas por parte de los alumnos. Para ello se requiere que los alumnos asuman la responsabilidad de la validez de la solución (lo cual constituye el problema mencionado) y que su actividad intelectual sea el producto de esta responsabilidad y no de satisfacer lo que él cree que son las condiciones impuestas por el profesor.

El conocimiento resultante de este proceso es un conocimiento personal: *son las concepciones del alumno*. Sin embargo, las matemáticas son un conocimiento social (primera restricción) y la clase debe comportarse como una comunidad con todos sus problemas de homogeneidad y coherencia (segunda restricción). Para que el conocimiento personal se adapte y se convierta en conocimiento social, se hace necesaria la *socialización* que será producto de una negociación.

A propósito de esta problemática, Brousseau (1997) desarrolló la Teoría de las Situaciones Didácticas, según la cual los alumnos tienen unas concepciones iniciales y el propósito es que se generen unas concepciones resultantes. Para ello se requiere un proceso didáctico. La esencia del proceso se centra en el diseño y el control de este proceso que, de acuerdo a la hipótesis epistemológica, se logra a través de problemas que se desarrollan dentro de un contexto social cuyas reglas (implícitas y explícitas) constituyen el contrato didáctico. Estas reglas se refieren a la legitimidad del

problema, a la conexión del problema con la actividad en clase y a las responsabilidades que asumen el profesor y los alumnos. Es a partir de la interacción que se genera dentro de este contexto social que se valida la solución del problema y se construye el conocimiento personal del alumno. En esta interacción tienen lugar diversas situaciones (de decisión, de validación, de formulación, de comunicación, etc.). El conocimiento generador puede tener carácter de herramienta o puede ser un conocimiento que debe ser retenido. En el segundo caso, se hace necesaria la institucionalización de este conocimiento dentro de un proceso de evolución hacia el conocimiento cultural.

Las dificultades que tienen los alumnos se evidencian a través de sus errores. Por lo tanto, es importante reflexionar acerca de su significado y origen.

Tradicionalmente se ha concebido el error asociado a la enseñanza como una diferencia entre lo que el profesor desea con respecto a la respuesta de un alumno y la que éste le suministra, pero algunos investigadores han presentado definiciones muy diferentes a la planteada por la enseñanza tradicional.

En este sentido, la enseñanza constructivista considera que los errores son fuente de información para el docente acerca de lo que han aprendido los alumnos y cómo lo han aprendido (Borasi, 1997). Dentro de esta concepción, Rico (1995) considera que el error es una posibilidad permanente de adquisición y consolidación del conocimiento que puede llegar a formar parte del conocimiento científico que emplean las personas o los colectivos.

Para Piaget (1978), citado por Pessoa (1997), “equivocación” es no conseguir resolver el problema en el sistema cognitivo del hacer, que es, según él, el sistema comprometido con la construcción de medios y estrategias adecuados para la solución de un problema propuesto. Por su parte, en el sistema comprensivo, que define como el plano de la razón, de las estructuras, de la conciencia, de los medios y de las causas que producen un determinado acontecimiento, concibe el error como una contradicción, conflicto o falla en la teoría que explica determinados fenómenos.

Socas (1997) afirma que el error es la presencia de un esquema cognitivo inadecuado en el alumno y no solamente una consecuencia de una falta específica de conocimiento o despiste.

Estas definiciones sobre error –la de Piaget, referida al plano cognitivo del comprender, y la de Socas– parecen estar más bien vinculadas con el concepto de obstáculo que se maneja en la Teoría de las Situaciones Didácticas. Es importante, entonces, distinguir entre error y obstáculo.

El error, según Brousseau (1997) además de ser un efecto de la ignorancia, de la inseguridad, del azar, puede surgir como resultado de un conocimiento anterior, que tenía su interés, su éxito, pero que ahora se revela falso o simplemente inadaptado. Los errores de este tipo no son erráticos e imprevisibles, son originados por los obstáculos.

Para este autor, un obstáculo es una concepción que ha sido, en principio, eficiente para resolver algún tipo de problemas pero que falla cuando se aplica a otro. Debido a su éxito previo se resiste a ser modificado o a ser rechazado: viene a ser una barrera para un aprendizaje posterior.

Por su parte, el error estará vinculado con una situación precisa, tendrá un autor comprometido con la acción (solución de un problema), existe un conocimiento correcto que le opone una alternativa y recibirá cierto tipo de corrección (adidáctica o didáctica). En la situación adidáctica de acción, el error es una decisión tal que el alumno está en capacidad de identificarla, de percibir una relación causal entre su decisión y el efecto observado, de prevenir la repetición del error al integrar a su repertorio de conocimientos los medios convenientes de anticipación y puede en la mayoría de los casos, retomar su decisión o corregir su error o sus consecuencias. En caso contrario, se utilizará el término “fracaso”. (Brousseau, 2001).

Sea como fuere definido el error, para la mayoría de los autores el papel que desempeña en el proceso de construcción del conocimiento es importante.

Pessoa (1997) ha observado que para el profesor es difícil trabajar con el error de sus alumnos para transformarlo en situación de aprendizaje por el compromiso pedagógico que posee con la enseñanza de una ciencia. En este compromiso de enseñar correctamente, el error nunca debería aparecer y cuando esto ocurre, debe ser corregido inmediatamente para dejar claro lo que es correcto y lo que está errado.

Es decir, en la enseñanza tradicional el docente no saca provecho del error, sino que pretende que no aflore, y si lo hace, lo erradica inmediatamente, ya que para éste el error es concebido negativamente. Por el contrario, en la Teoría de las Situaciones Didácticas y en el constructivismo el error es considerado como una herramienta fundamental para la construcción del conocimiento, por tanto su identificación, clasificación y manejo es de vital importancia.

Añade la autora, que en una enseñanza comprometida con el proceso de construcción del conocimiento, es necesario entender mejor porqué los alumnos se equivocan y, a pesar de no aceptar el error ni ignorarlo, se debe trabajar

con él transformándolo en situaciones de aprendizaje partiendo de la explicación del alumno, procurando entender su estructura de pensamiento y, a través de preguntas que lo lleven a conflictos cognitivos o dándole nuevos conocimientos, se crean condiciones para que él mismo pueda superar su error.

En tal sentido, conocer el tipo de error que cometen los alumnos permite al docente seleccionar las estrategias idóneas que optimen su acción y faciliten la superación de los errores mediante la adquisición de un nuevo conocimiento por parte de sus alumnos.

A continuación se muestran cinco tipologías que se han desarrollado para clasificar el error en el área de la matemática y ciencias en general. Las dos primeras corresponden a Brousseau (2001) y Socas (1997); las dos siguientes a Movshovitz et al. (1987) y Radatz (1979), presentadas por Rico (1997); y la última corresponde a la desarrollada en el ámbito de las ciencias por Astolfi (2000).

Tipología de errores de Brousseau (2001). Para este autor los profesores suelen clasificar al error como un:

-*Error a un nivel práctico:* cuando el profesor considera que son errores de cálculo.

-*Error en la tarea:*¹ cuando el profesor los atribuye al descuido.

-*Error de técnica:* cuando el profesor critica la ejecución de un modo operativo conocido.

-*Error de tecnología:* cuando el profesor critica la elección de la técnica.

-*Error de nivel teórico:* cuando el profesor incrimina los conocimientos teóricos del alumno que sirven de base a la tecnología y a las técnicas asociadas.

Tipos de errores según Socas (1997). Según el autor, los errores en el aprendizaje de las matemáticas se deben a ciertas dificultades que se pueden agrupar en cinco categorías: dificultades asociadas a la complejidad de los objetos matemáticos, dificultades asociadas a los procesos del pensamiento matemático, dificultades asociadas a los procesos de enseñanza desarrollados para el aprendizaje de las matemáticas, dificultades asociadas a los procesos de desarrollo cognitivo de los alumnos y dificultades asociadas a las actitudes afectivas y emocionales hacia las matemáticas. Tomando en cuenta estas dificultades, clasifica los errores en el nivel secundario de acuerdo con su origen en:

-*Errores que tienen su origen en un obstáculo.*

-*Errores que tienen su origen en la ausencia de sentido:* en esta categoría se encuentran los errores del álgebra que tienen su origen en la aritmética, los errores de procedimiento que se derivan del uso inapropiado que hacen los alumnos de las fórmulas o de las reglas de

procedimiento y los errores de álgebra debidos a las características propias del lenguaje algebraico.

-Errores que tienen su origen en actitudes afectivas y emocionales hacia las matemáticas.

Tipología de errores según Movshovitz et al. (1987).

Los errores pueden enmarcarse en las siguientes categorías para estos autores:

-Errores debidos a datos mal utilizados

-Errores debidos a una interpretación incorrecta del lenguaje.

-Errores debidos a inferencias no válidas lógicamente.

-Errores debidos al uso de teoremas o definiciones deformados.

-Errores debidos a la falta de verificación en la solución.

-Errores técnicos: errores de cálculo, de procedimiento en algoritmos básicos.

Tipología de errores según Radatz (1979). El autor realiza una clasificación de los errores partiendo del procesamiento de la información y establece cinco categorías generales:

-Errores debidos a la dificultad del lenguaje.

-Errores debidos a dificultades para obtener información espacial.

-Errores debidos a un aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos: esta categoría abarca todas las deficiencias sobre contenidos y procedimientos específicos para la realización de una tarea matemática.

-Errores debido a rigidez del pensamiento: relacionados con los obstáculos.

-Errores debidos a la aplicación de reglas o estrategias irrelevantes: referidos a los que surgen por aplicar con éxito una estrategia en áreas de contenidos diferentes.

Tipología de errores de Astolfi (1999). Este autor establece una tipología para los errores que constituye una perspectiva general de los errores, la cual pretende romper con las categorías tradicionales adoptadas para hablar sobre ellos.

-Errores debidos a la comprensión de las instrucciones de trabajo dadas: relacionados con la dificultad que tienen los alumnos para comprender las instrucciones de trabajo que se les dan, ya sea en forma oral o escrita.

-Errores que provienen de los hábitos escolares o de una mala interpretación de las expectativas.

-Los errores como resultado de las concepciones alternativas de los alumnos: están relacionados con los obstáculos.

-Errores ligados a las operaciones intelectuales implicadas.

-Errores debidos

a los procesos adoptados: cuando el alumno se aparta del método-tipo dado en la clase.

-Errores debidos a la sobrecarga cognitiva en la actividad: están relacionados con el hecho de que la capacidad de retener en memoria la información es limitada.

-Errores que tienen su origen en otra disciplina: se derivan

del conocimiento de otras disciplinas que se exigen para dar respuesta a una pregunta.

-Errores causados por la complejidad del contenido.

Metodología

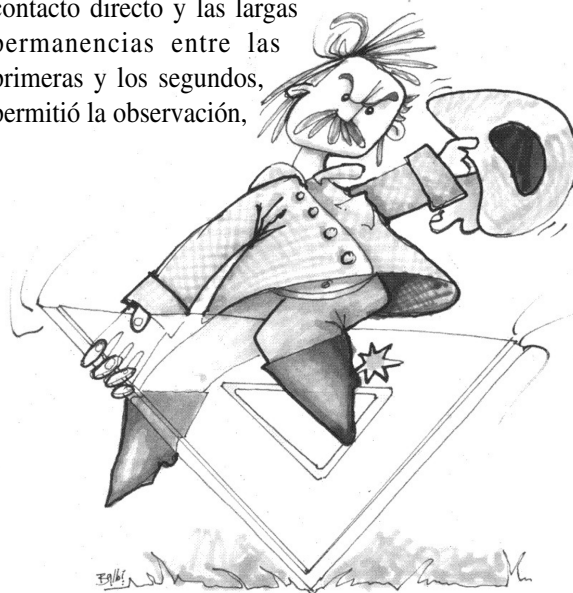
Atendiendo a la postura de López (1996), esta investigación es de tipo cualitativa por cuanto hizo uso de una metodología cualitativa, que tuvo las siguientes características:

- Las investigadoras utilizaron la técnica Observación Participante para la recolección de la información necesaria. Además, observaron, provocaron y registraron los errores de sus alumnos en las sesiones de clases usando como instrumento la Hoja de Campo. El período de observación fue de dos semestres consecutivos (1er y 2do semestres de 2000).

- Se describieron los errores encontrados tal y como ellos surgieron en los diversos escenarios de aprendizaje: exámenes, consultas, trabajos escritos, intervenciones en la pizarra, etc.

-Se buscó diseñar una tipología de errores aplicable al área de la Geometría, en función del análisis de documentos realizado en relación con otras tipologías existentes y partiendo de los errores mismos encontrados en los alumnos, es decir, inductivamente.

-La investigación se realizó en un escenario social pequeño, en donde los actores principales fueron las investigadoras (docentes de la Cátedra de Geometría del Departamento de Matemática de la Facultad de Ingeniería de LUZ) y los alumnos de sus secciones durante 2 semestres consecutivos (140 alumnos). Por tanto, la experiencia de las autoras, que suma más de 30 años, el contacto directo y las largas permanencias entre las primeras y los segundos, permitió la observación,



recolección de información y análisis detallado de los errores evidenciados.

Procedimiento empleado

La investigación se llevó a cabo en cuatro fases diferenciadas e integradas que permitieron registrar los errores de los alumnos en el área de geometría, clasificarlos de acuerdo a distintos criterios y diseñar una tipología propia que permite identificar, clasificar y cuantificar los errores en esta área con la intención de facilitar al docente la selección de las estrategias adecuadas para lograr nuevos aprendizajes en los alumnos mediante la superación de sus errores. Las fases se describen a continuación:

Fase 1.- Observación:

Durante dos semestres las investigadoras observaron los errores de sus alumnos en sus exámenes, en trabajos, participaciones e intervenciones en clase, en las consultas o asesorías fuera del aula, interrogatorios y en sus interacciones con sus compañeros. En este período se registraron en las Hojas de campo, alrededor de 650 errores diferentes en toda la extensión de la asignatura, es decir, geometría métrica plana y geometría analítica plana. Tomando en cuenta las características y similitudes de estos errores se agruparon y se determinaron 27 tipos de errores distintos, los cuales se muestran en el cuadro 1.

Fase 2.- Análisis de las tipologías existentes: En esta fase se realizó un arqueología bibliográfica, encontrándose en la literatura las cinco tipologías de errores que se expusieron anteriormente. Todas las tipologías a excepción de la de Astolfi (1999), están referidas a los errores de los alumnos en el área de la matemática en general. Posteriormente, los errores encontrados fueron clasificados en cada una de las tipologías. Estos resultados se detallan en el cuadro 2.

Al realizar la clasificación mencionada se encontraron los siguientes resultados:

- **Algunos errores no pudieron ser clasificados, porque las tipologías no contemplan categorías específicas para el área en estudio:**

Así en la tipología de Brousseau, no se ubicaron los errores derivados del manejo defectuoso de los conceptos previos ni los relacionados con la interpretación y trazado de gráficos. De igual modo, no fue posible ubicar los errores en los que se evidencia el uso inadecuado de la lógica formal y de los axiomas, teoremas, corolarios y definiciones, ni los errores relativos a la transformación de problemas cotidianos en términos

geométricos y transmisión de conceptos de otras disciplinas al campo geométrico. Tampoco se ubicaron algunos errores relacionados con el mal uso e interpretación del lenguaje utilizado en la geometría, específicamente demostraciones no requeridas o respuestas inadecuadas.

La tipología de Socas no permitió clasificar los errores relacionados con la interpretación y trazado de figuras geométricas. Análogamente, no se ubicaron los errores en los que se evidencia el uso inadecuado de la lógica formal y de los axiomas, teoremas, corolarios y definiciones. Igual ocurrió con los errores concernientes a la transformación de problemas cotidianos en términos geométricos y transmisión de conceptos de otras disciplinas al campo geométrico y los errores debidos al uso y mala interpretación del lenguaje propio de la geometría. Tampoco se ubicaron algunos relativos al uso inadecuado de instrumentos de dibujo.

En cuanto a la tipología Movshovits et al, no fue posible ubicar los errores relativos al manejo de los instrumentos de dibujo, el cual está relacionado con los conocimientos previos para estudiar geometría, ni los relacionados con el trazado de figuras y lugares geométricos; como tampoco, los errores debidos a la mala transformación de una situación real en problemas geométricos y a la no aplicación de conocimientos obtenidos en otras áreas. Tampoco se ubicaron los errores relativos a la utilización defectuosa de un algoritmo o estrategia correctos para resolver un problema o para demostrar una proposición. De igual forma, no fue posible clasificar los errores derivados de la selección inadecuada de una estrategia o algoritmo para la solución de un problema o demostración de una proposición.

En la tipología de Radatz, los errores relativos al trazado de figuras geométricas no fueron clasificados, ni los errores relacionados con el uso inadecuado de implicaciones y equivalencias lógicas (definiciones, axiomas, teoremas, etc.), ningún error relacionado con la utilización de conocimientos de otras asignaturas en el área de geometría, tampoco los que reflejan dificultades para transferir una situación real a esta área. Asimismo, no pudieron ubicarse los errores que tienen su origen en los descuidos de los alumnos.

Finalmente, de los 27 errores encontrados en la investigación sólo pudieron ubicarse dentro de la tipología de Astolfi, los tipos de errores referentes al mal uso del álgebra elemental, dibujo técnico y los que tienen su origen en otras disciplinas, tales como el cálculo, el álgebra lineal, la física, entre otras.

- **No se encontraron errores que correspondieran a algunas categorías de las tipologías existentes:**

En tal sentido, las categorías: Errores que tienen su origen en un obstáculo y errores que tienen su origen en actitudes afectivas y emocionales hacia las matemáticas de la tipología de Socas, no clasificaron a ninguno de los errores evidenciados en los alumnos de geometría durante su desempeño en el período de estudio. Esto debido, probablemente, a que para determinar estos errores es necesario realizar estudios más específicos y prolongados en el tiempo, de manera que puedan aflorar los motivos implícitos que subyacen a los errores que realmente evidencian.

Ninguno de los errores encontrados en este estudio se correspondieron con la categoría: Errores debidos a la falta de verificación en la solución, de la tipología de Movshovitz. Conviene señalar que para determinar si un error se debe a que un alumno no verifica su respuesta después de finalizar un problema, se hace imprescindible conocer los esquemas mentales del alumno, puesto que se les aconseja siempre revisar sus respuestas antes de finalizar sus tareas.

En relación con la Tipología de Radatz, ninguno de los errores evidenciados durante la investigación se correspondía con las categorías: errores debidos a la rigidez del pensamiento y errores debidos a la aplicación de estrategias irrelevantes. Para determinar si los errores de los alumnos se corresponden con ambas categorías sería necesario investigar acerca de los obstáculos que los alumnos presentan, e investigar cuando las estrategias usadas por el alumno en la solución de un problema le han sido exitosas en otros contextos.

De las ocho categorías de la tipología de Astolfi, siete no se relacionaron con los errores encontrados en los alumnos, ellas fueron: errores debidos a la comprensión de las instrucciones de trabajo dadas. Errores que provienen de los hábitos escolares o de una mala interpretación de las expectativas. Errores como resultado de las concepciones alternativas de los alumnos. Errores ligados a las operaciones intelectuales implicadas. Errores debidos a los procesos adoptados. Errores debidos a la sobrecarga cognitiva en la actividad. Errores causados por la complejidad del contenido.

Vale la pena aclarar que a pesar de que los errores debidos a los procesos adoptados están relacionados con los errores de procedimiento, no se clasificaron errores en esta categoría debido a que Astolfi considera este tipo de errores para el caso en que el alumno escoge un procedimiento distinto del método-tipo que sea asignado en clase, que puede estar errado o no, el hecho es que aunque en oportunidades es válido, es calificado injustamente como erróneo por parte del docente. Por ello no se consideró esta categoría, puesto que el estudiante de geometría es libre de adoptar sus propias estrategias para demostrar proposiciones geométricas, si el profesor obligara al estudiante a seguir un prototipo de solución, se perdería la esencia fundamental que conlleva el aprendizaje de la geometría. En el resto de las categorías que presenta este autor, no se clasificaron errores, debido a que las mismas están expresadas de modo muy general y no permiten la ubicación de errores tan específicos como los encontrados en este estudio. (E)

Bibliografía

- ASTOLFI, J. (1999). *El error un medio para enseñar*. España. DIADA Editora SL. 1ra Edición.
- BOHORQUEZ, H. (2002). *Obstáculos epistemológicos en geometría a nivel superior*. Maracaibo. La Universidad del Zulia. Trabajo Especial de Grado.
- BORASI, R. (1987). Exploring mathematics through the analysis of errors, For the learning of Mathematics. 7(3). pp.2-8.
- BROUSSEAU, G. (1997). *Theory of didactical situations in Mathematics*. Editado y traducido por Balacheff, N., Cooper, M., Sutherland, R. Y Warfield, V. Gran Bretaña. Mathematics Education Library. Kluwer Academic Publishers.
- BROUSSEAU, G. (2001). *Les erreurs des élèves en mathématiques*. Traducido por Brigitte Bernard. Artículo no publicado.
- ESPINOSA, R. (2000). *Un tratamiento del Error en que incurre el Estudiante en su Trabajo de Matemáticas*. Una Empresa Docente, disponible en: http://157.253.25.2/servidor/ued/revistaema/vol1_num1/A1FF3.html.
- GÓMEZ, P. (1993). *La escuela francesa de la educación matemática*. Una Empresa Docente, disponible en: [http://ued.uniandes.edu.co/servidor/em/resúmenes/balacheff\(90\)/balacheff\(90\).html](http://ued.uniandes.edu.co/servidor/em/resúmenes/balacheff(90)/balacheff(90).html)
- LÓPEZ, A. (1996). *Investigación y Conocimiento*. Venezuela: Publicaciones CED.
- PESSOA, A. (1997). *Cambios didácticos como consecuencia de las innovaciones curriculares*. En UNESCO (Ed.). Proyecto Principal de Educación en América Latina y el Caribe. Boletín No. 44. Santiago. pp.7-15.
- RICO, L. (1995). *Errores y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas* en Kilpatrick, J., Rico, L., Gómez, P. (Ed). Educación Matemática. Errores y dificultades de los estudiantes. Resolución de Problemas. Evaluación. Historia. Bogotá. Una empresa docente. pp. 69-108.
- SOCAS, M. (1997). *Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la Educación Secundaria*. En Rico, L. Dir., Castro E., Coriat, M., Martín, A., Puig, L., Sierra, M., Socas, M.M. (Ed.). La Educación Matemática en la Secundaria.: ice-Horsori. pp 125-154

Nota

¹ Los errores a un nivel práctico y en la tarea no son definidos por Brousseau, para efectos de esta investigación se ha asumido su significado

Cuadro 1. Errores evidenciados durante el período de observación

1. Realiza operaciones y usa notaciones del álgebra elemental en forma defectuosa.
2. Utiliza inadecuadamente los instrumentos de dibujo.
3. Utiliza inadecuadamente las notaciones de las figuras y elementos geométricos.
4. Demuestra o intenta demostrar una proposición geométrica que no se le pide.
5. Da una respuesta distinta o adicional a la que se le pide en un problema geométrico
6. Plantea una ecuación o proposición en discordancia con el enunciado de un problema geométrico dado.
7. Utiliza inadecuadamente la terminología geométrica o describe defectuosamente la construcción de figuras geométricas.
8. Dibuja una figura geométrica que no se corresponde con el enunciado de un problema geométrico propuesto.
9. No dibuja una figura a propósito de un problema propuesto.
10. Toma mal un dato de una figura geométrica o lo ignora en la solución o demostración de un problema geométrico planteado.
11. Traza defectuosamente figuras y lugares geométricos y/o sus elementos.
12. Añade hipótesis que no están dadas en la solución o en la demostración de un problema geométrico.
13. Intenta demostrar o resolver un problema geométrico sin utilizar algún dato dado.
14. Usa un teorema, corolario o axioma sin que se tengan las hipótesis requeridas para su aplicación o en un contexto que no le corresponde.
15. Interpreta y usa inadecuadamente una definición geométrica
16. Usa el recíproco de una implicación como verdadera.
17. Construye y usa una implicación que no es verdadera.
18. Transforma defectuosamente una situación problemática real en un problema geométrico.
19. Aplica defectuosamente conocimientos propios de otras asignaturas o disciplinas en un problema geométrico planteado.
20. Utiliza un algoritmo adecuado en la solución de un problema geométrico pero lo aplica en forma defectuosa.
21. Enuncia proposiciones ciertas sin justificación o mal justificadas en la demostración de un problema geométrico.
22. Utiliza un algoritmo adecuado para la solución o demostración de un problema geométrico pero no llega a su solución.
23. Usa un algoritmo inadecuado para resolver un problema geométrico.
24. Usa una estrategia inadecuada para realizar la demostración de un problema geométrico.
25. Transcribe mal una cantidad o símbolo o sustituye mal un dato en una ecuación dada.
26. Manipula inadecuadamente los signos algebraicos.
27. Ejecuta mal operaciones aritméticas.

Fuente: Franchi y Hernández 2003.

Cuadro 2.- Clasificación de los errores encontrados en las tipologías analizadas

TIPOLOGÍA	CATEGORÍAS	ERRORES UBICADOS	ERRORES NO UBICADOS
Brousseau	Error a un nivel práctico.	26, 27	
	Error en la tarea	25	
	Error de técnica	20, 21, 22	1, 2, 4, 5, 8, 9, 10, 11, 12,
	Error de tecnología	23, 24	13, 14, 15, 16, 17, 18, 19
	Error de nivel teórico	3, 6, 7	
Socas	Errores que tienen su origen en un obstáculo.	–	2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10,
	Errores que tienen su origen en la ausencia de sentido.	1, 20, 26,27	11, 12, 13, 14, 15, 16, 17,
	Errores que tienen su origen en actitudes afectivas y emocionales hacia las matemáticas.	–	18, 19, 21, 22, 23, 24, 25.
Movshovitz et al.	Errores debidos a datos mal utilizados	10, 12, 13, 25	
	Errores debidos a una interpretación incorrecta del lenguaje.	3, 4, 5, 6, 7, 8, 9	
	Errores debidos a inferencias no válidas lógicamente.	16, 17	2, 11, 18, 19, 20, 21, 22,
	Errores debidos al uso de teoremas o definiciones deformados.	14, 15	23, 24
	Errores debidos a la falta de verificación en la solución.	–	
	Errores técnicos	1, 26, 27	
Radatz	Errores debidos a la dificultad del lenguaje.	3, 4, 5, 6, 7, 10	
	Errores debidos a dificultades para obtener información espacial.	8, 9	
	Errores debidos a un aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos.	1, 2, 20, 21, 22, 23, 24	11, 12, 13, 14, 15, 16, 17,
	Errores debido a rigidez del pensamiento.	–	18, 19, 25, 26, 27
	Errores debidos a la aplicación de reglas o estrategias irrelevantes.	–	
Astolfi	Errores debidos a la comprensión de las instrucciones de trabajo dadas.	–	
	Errores que provienen de los hábitos escolares o de una mala interpretación de las expectativas.	–	
	Los errores como resultado de las concepciones alternativas de los alumnos.	–	3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11,
	Errores ligados a las operaciones intelectuales implicadas.	–	12, 13, 14, 15, 16, 17, 18,
	Errores debidos a los procesos adoptados.	–	20, 21, 22, 23, 24, 25, 26,
	Errores debidos a la sobrecarga cognitiva en la actividad.	–	27
	Errores que tienen su origen en otra disciplina.	1, 2, 19	
	Errores causados por la complejidad del contenido.	–	

Fuente: Franchi y Hernández. Maracaibo. 2003.