
VII Escuela
“ La Hechicera ”
Relatividad, Campos y
Astrofísica

**Nuria Calvet
Miguel Alcubierre
Tomás Ortín**

**Universidad de Los Andes
Facultad de Ciencias
Mérida, Venezuela**

Noviembre, 2001

Editores:
Héctor Rago — Nelson Pantoja

Diagramación:
Mayerlin Uzcátegui

Portada:
Héctor Acosta

Impresión:
Meritec

Todos los derechos reservados.
Prohibida su reproducción total y/o parcial
por cualquier medio, salvo para fines académicos,
sin previa autorización de los editores.

©2001

HECHO EL DEPOSITO DE LEY
Depósito legal lf07420015302451
ISBN 980-6465-04-0

Escuela "La Hechicera", Relatividad, Campos y Astrofísica

Prefacio

La Escuela La Hechicera (<http://www.ciens.ula.ve/~escuela/>), en relatividad, campos y astrofísica, ha realizado su séptima edición. Son siete noviembreros ininterrumpidos en los que cerca de ochenta estudiantes avanzados, de pre y postgrado, profesores, veteranos investigadores invitados, de las disciplinas como la física teórica, la relatividad, la teoría cuántica de campos y la astrofísica; confluyen en un mismo espacio y un mismo tiempo discutiendo, compartiendo certezas y dudas, aprendiendo y enseñando las diversas caras de su pasión común. Son ya 22 profesores invitados y cerca de 2000 páginas escritas para los libros de la Escuela.

En el presente volumen el lector encontrará las clases impartidas por los expositores invitados a dictar los cursos en esta VII Escuela La Hechicera, durante los días 4 al 9 de noviembre de 2001 en su sede permanente, la Facultad de Ciencias de la Universidad de Los Andes, en La Hechicera, Mérida, Venezuela.

Los autores y sus capítulos

El tema que sirve de hilo conductor en esta VII edición es el de los agujeros negros. Los capítulos del libro reflejan tres perspectivas del papel relevante que estos asombrosos objetos tienen en el mundo de la física y la astrofísica: el primer capítulo es responsabilidad la astrofísica venezolana Nuria Calvet, actualmente en el Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics, en Boston, USA. El curso de la profesora Calvet se titula *"Origen y Evolución Estelar"*.

El segundo es autoría del relativista Miguel Alcubierre, actualmente en el Instituto Albert Einstein en Potsdam, Alemania. Su curso se llama *"Introducción a la teoría de los agujeros negros"*

Finalmente, el tercer y último capítulo del libro es obra del campista Tomás Ortín, de la Universidad Autónoma de Madrid, España. El título del curso es *"Agujeros negros clásicos y cuánticos en Teoría de Cuerdas"*

Agradecimientos

Como siempre, la puesta en marcha y la realización de una idea como la de la Escuela La Hechicera, requiere de la participación y del apoyo definitivo de diferentes instituciones y dependencias, y por supuesto, del esfuerzo de muchas personas. El Comité Organizador de esta VII Escuela, formado por Alejandra Melfo, Nelson Pantoja, Adel Khoudair, y Héctor Rago, quieren y deben agradecer a las siguientes instancias, cuyo aporte fue relevante para la realización de la Escuela:

- Consejo de Investigaciones Científicas y Tecnológicas de Venezuela, (CONICIT), a través del programa de los Postgrados Integrados.
- Centro Internacional de Física Teórica (ICTP), de Trieste, Italia.

- Fundacite-Mérida.
- Fundación Polar
- Consejo de Desarrollo Científico Humanístico y Tecnológico de la Universidad de Los Andes
- (CDCHT-ULA)
- Centro de Estudios de Postgrado (CEP) de la Universidad de Los Andes
- Postgrado en Física Fundamental, de la Universidad de Los Andes

Finalmente, a los participantes, estudiantes y profesores, esencia misma de la Escuela y sin los cuales la idea misma pierde sentido. Queda una vez más ratificada la sospecha de que más allá de las dificultades y obstáculos inevitables, el esfuerzo sigue valiendo la pena.

El Comité Organizador

Índice General

I Origen y Evolución Estelar.

Nuria Calvet

1

1 Propiedades de las estrellas

3

1.1	Las ecuaciones de la Estructura Estelar	8
1.1.1	Suposiciones generales	8
1.1.2	Conservación de masa y Equilibrio hidrostático	8
1.1.3	Fuentes de energía	10
1.1.4	Conservación de energía	12
1.1.5	Modos de transporte de energía	12

2 Formación Estelar. Estrellas Jóvenes

15

2.1	El medio interestelar	15
2.2	Formación estelar	15
2.3	Discos protoplanetarios	16
2.4	Evolución cuasi-estática	17
2.5	El camino radiativo	19
2.6	El camino de Hayashi	19
2.7	Comparación con las observaciones	22

3 La Secuencia Principal

25

3.1	La tasa de generación de energía nuclear	25
3.2	La tasa de generación de energía nuclear	27
3.3	La Secuencia Principal de Edad Cero (SPEC)	28
3.4	Material degenerado	32

4 Evolución a partir de la secuencia principal. Estrellas de baja masa

37

4.1	Quema de helio: Reacción triple α ($3 - \alpha$)	38
4.2	Quemado en conchas	38
4.3	Evolución a partir de la SPEC	40
4.4	Evolución de la estrella de $M = 1M_{\odot}$	40
4.4.1	Flas ("Flash") de He	44
4.4.2	Rama Gigante Asintótica	45
4.4.3	Centro de Nebulosas Planetarias	46
4.4.4	Enanas blancas	47

5 Evolución a partir de la secuencia principal. Estrellas masivas	49
5.1 Evolución a partir de la SPEC	49
5.2 Evolución del centro	51
5.3 Fotodesintegración de la materia	52
5.4 Holocausto catastrófico y neutronización de la materia	53
5.5 Ejección de la envoltente. Explosión de Supernova	54
Nota final	59
Reconocimientos	61
II Introducción a la teoría de los agujeros negros.	
<i>Miguel Alcubierre</i>	63
Resumen	65
6 La relatividad general	67
6.1 Introducción	67
6.2 Métrica	68
6.3 Curvatura	70
6.4 Base coordenada y derivadas covariantes	72
6.5 Las ecuaciones de Einstein	74
6.6 Identidades de Bianchi y leyes de conservación	75
7 La solución de Schwarzschild	77
7.1 El campo gravitacional de un objeto esférico	77
7.2 El radio de Schwarzschild	79
7.3 Coordenadas de Eddington-Finkelstein	80
7.4 La extensión de Kruskal-Szekeres	81
7.5 Dinámica de la geometría de Schwarzschild	86
8 Colapso gravitacional	87
8.1 El teorema de Birkhoff	87
8.2 Colapso de Oppenheimer-Snyder	88
8.3 La estrella de Schwarzschild	89
9 Propiedades generales de los agujeros negros	93
9.1 Infinito conforme y diagramas de Penrose	93
9.2 Definición de agujero negro y horizontes	96
9.3 Singularidades	97
9.4 Censura cósmica	97
9.5 Masa, momento angular y carga	98
9.6 La ergósfera de un agujero negro en rotación	99

10	Perturbaciones de agujeros negros	101
10.1	Perturbaciones de la métrica: Las ecuaciones de Regge-Wheeler y Zerilli	101
10.2	Modos quasi-normales	103
10.3	Estabilidad	105
11	Simulaciones numéricas de agujeros negros	107
11.1	El formalismo 3+1	107
11.1.1	Foliación en hipersuperficies espaciales	107
11.1.2	Curvatura intrínseca y curvatura extrínseca	110
11.1.3	Las ecuaciones de Einstein en forma 3+1	111
11.2	El problema de los valores iniciales	113
11.3	Datos iniciales para agujeros negros múltiples	114
11.4	Colisiones de agujeros negros	114
III	Agujeros negros clásicos y cuánticos en Teoría de Cuerdas.	
	<i>Tomás Ortín</i>	119
	Resumen	121
	Introducción	123
12	Termodinámica y acción euclidiana	125
12.1	Preliminares	125
12.2	El agujero negro de Schwarzschild	127
12.2.1	Propiedades generales	128
12.2.2	Termodinámica	135
12.3	El agujero negro de Reissner y Nordström	142
12.3.1	El sistema de Einstein y Maxwell	142
12.3.2	La solución eléctrica de Reissner y Nordström	146
12.3.3	Las fuentes del agujero negro ERN	151
12.3.4	La termodinámica de RN	152
12.3.5	Dualidad eléctrico-magnético	154
13	Agujeros negros en Supergravedad	159
13.1	Introducción	159
13.2	Supersimetría y Supergravedad	159
13.2.1	El superálgebra de Poincaré $N = 1, d = 4$	159
13.2.2	Supersimetría extendida y cargas centrales	161
13.2.3	Supersimetría residual	163
13.3	Agujeros negros en Supergravedad $N = 2, d = 4$	168
13.3.1	SUEGRA $N = 2, d = 4$	168
13.3.2	Soluciones	169
13.4	Agujeros negros en Supergravedad $N = 4, d = 4$	169
13.4.1	SUEGRA $N = 4, d = 4$	169
13.4.2	Soluciones	170

13.4.3	SUEGRA $N = 8, d = 4$	173
13.4.4	Soluciones: agujeros negros compuestos	173
14	Teorías efectivas de cuerdas: acciones	175
14.1	Introducción	175
14.2	Acciones básicas y dualidades	178
14.2.1	SUGRA $N = 1, d = 11$	178
14.2.2	Reducción a $d = 10$: la teoría tipo IIA	180
14.2.3	La teoría tipo IIB. Dualidad S	184
14.2.4	Dualidad T entre las teorías tipo II	189
14.3	Consideraciones finales	194
15	Teorías efectivas de cuerdas: Soluciones	197
15.1	Introducción	197
15.2	Objetos extensos: acciones, masas y cargas	197
15.2.1	Los objetos extensos de las teorías de cuerdas tipo II: acciones efectivas y masas	199
15.2.2	Relaciones de dualidad y masas	201
15.2.3	Los objetos extensos de SUGRA $N = 1, d = 11$	203
15.3	Soluciones genéricas y fuentes	205
15.3.1	El modelo a	206
15.3.2	Fuentes	208
15.4	Soluciones en $d = 11$	210
15.4.1	La membrana M2	210
15.4.2	La 5-brana M5	211
15.5	Soluciones en $d = 10$	212
15.5.1	La cuerda fundamental F1	213
15.5.2	La 5-brana solitónica	214
15.5.3	Las Dp -branas	215
15.6	Relaciones de dualidad	216
15.6.1	Relación entre soluciones de 11– y 10– dimensionales. Compactificación	216
15.6.2	Dualidad T entre soluciones 10– dimensionales	218
15.7	Supersimetrías residuales	219
15.7.1	Supersimetrías residuales de la M2-brana	219
15.7.2	Supersimetrías residuales de la M5-brana	220
15.7.3	Supersimetrías residuales de las Dp -branas	221
15.7.4	Supersimetrías residuales de la F1	222
15.7.5	Supersimetrías residuales de la S5	222
16	Agujeros negros en Supercuerdas	223
16.1	Introducción	223
16.2	Agujeros de una sola p -brana	223
16.3	Reglas de intersección	225
16.3.1	Soluciones: superposiciones armónicas	228
16.3.2	Intersecciones con ondas gravitacionales y transformaciones de Lorentz singulares	229
16.3.3	Agujeros negros a partir de intersecciones	231

16.4	El agujero extremo $W \parallel D1 \parallel D5$ en $d = 5$	231
16.5	Microestados y entropía de $W \parallel D1 \parallel D5$	234
16.6	Comentarios finales	235
A	Convenios y fórmulas	237
A.1	Convenios de geometría diferencial	237
A.2	Matrices gamma y espinores	238
A.2.1	$d = 11$	238
A.2.2	$d = 10$	240
A.2.3	$d = 9$	241
A.2.4	$d = 4$	241
A.3	Geometría extrínseca	241
A.4	n -Esferas	242
