Sexta Parte

Las matrices ϕ-borrosas en la recuperación de efectos olvidados al deporte

La lógica borrosa para afrontar el problema de los efectos olvidados

El riesgo del olvido nunca desaparece, a pesar de los continuos avances tecnológicos. Ello constituye un problema permanente con el que cualquier organización se enfrenta a diario. Para afrontarlo, los profesores Kaufmann y Gil Aluja[1] aportan una serie de modelos matemáticos basados en la lógica borrosa para la investigación de los efectos olvidados.

En el siguiente apartado, se desarrolla un ejemplo aplicado a las organizaciones deportivas para dar una visión de dicho aporte.

Ejemplo de aplicación

La obtención de efectos olvidados mediante la matriz borrosa tiene la ventaja, respecto a esos sistemas, de dar un margen de subjetividad al experto o expertos, puesto que se dan valuaciones de cada incidencia a través de un intervalo de confianza en el que sus extremos son comprendidos en el segmento [0, 1].

El presente ejemplo[2] se basa en este sistema.

El objetivo es recuperar efectos olvidados en la determinación de los objetivos de la organización deportiva en particular.

Los objetivos fijados son:

b_1 : Aumentar el valor de la organización.

b_2 : Aumentar la imagen de la organización en el socio y público en general.

b_3 : Consolidar la proyección deportiva.

b_4 : Lograr la integración social.

Por otro lado, se consideran cinco "causas" que pueden incidir en los objetivos fijados:

a_1 : Patrocinantes.

a_2 : Programa económico del club.

a_3 : Cobertura en medios de comunicación.

a_4 : Giras y eventos deportivos.

a_5 : Merchandising.

Se obtienen las valuaciones dadas por 6 expertos, los cuales asignan sus valuaciones a cada una de las relaciones entre causa y efecto, o sea entre medios para alcanzar dichos objetivos.

El resultado de estas opiniones se reflejan en 6 matrices ϕ borrosas $\underset{\sim}{\mathbf{m}}^{(j)}$ $j = 1, 2, \ldots, 6$ correspondientes a la opinión de cada uno de los expertos, que se presentan de (1) a (6).

(1)

$\underset{\sim}{m}^{(1)}$	b_1	b_2	b_3	b_4
a_1	1	[.7, .8]	[.6, .7]	[.8, .9]
a_2	1	[.8, .9]	1	1
a_3	[.8, .9]	[.7, .8]	.9	[.8, .7]
a_4	[.5, .6]	[.5, .6]	[.6, .7]	[.6, .7]
a_5	[.6, .9]	1	[.5, .9]	.8

(2)

$\underset{\sim}{m}^{(2)}$	b_1	b_2	b_3	b_4
a_1	.9	[.6, .7]	[.5, .6]	.9
a_2	1	.6	1	.8
a_3	[.8, .9]	[.5, .6]	[.5, .6]	1
a_4	[.7, .8]	[.2, .3]	[.5, .6]	[.1, .2]
a_5	[.5, .7]	1	.5	.5

(3)

$\underset{\sim}{m}^{(3)}$	b_1	b_2	b_3	b_4
a_1	1	[.5, .7]	[.6, .7]	.8
a_2	[.8, .9]	[.8, .9]	1	.8
a_3	[.8, .9]	.5	.8	.6
a_4	[.7, .8]	0	[.5, .7]	[.1, .2]
a_5	[.6, .9]	1	[.5, .9]	.9

(4)

$\underset{\sim}{m}^{(4)}$	**b_1**	**b_2**	**b_3**	**b_4**
a_1	1	.6	[.5, .7]	[.6, .7]
a_2	1	[.8, .9]	.9	1
a_3	[.8, .9]	[.6, .7]	.8	.7
a_4	[.6, .8]	[.2, .3]	[.5, .7]	.3
a_5	.9	1	[.7, .8]	.9

(5)

$\underset{\sim}{m}^{(5)}$	**b_1**	**b_2**	**b_3**	**b_4**
a_1	1	[.5, .7]	.5	[.8, .9]
a_2	1	[.7, .9]	.8	1
a_3	.9	[.9, 1]	.8	.8
a_4	[.6, .8]	[.2, .3]	[.5, .7]	[.1, .2]
a_5	[.5, .8]	.9	[.6, .8]	.7

(6)

$\underset{\sim}{m}^{(6)}$	**b_1**	**B_2**	**b_3**	**b_4**
a_1	1	[.5, .7]	.5	[.7, .8]
a_2	.9	[.8, .9]	[.8, .9]	.9
a_3	[.8, .9]	.7	.8	.8
a_4	[.7, .8]	[.2, .3]	[.6, .7]	.2
a_5	[.7, .9]	1	[.7, .9]	.8

Una vez obtenida esta información, se recopilan los datos obtenidos en las matrices Φ-borrosas $\underset{\sim}{\mathbf{m}}^{(i)}$ a (7) donde figura, en cada apartado, la estadística de los extremos inferiores, a la izquierda, y el de los extremos superiores a la derecha.

(7)

		b_1		b_2		b_3		b_4	
	0								
	.1								
	.2								
	.3								
a_1	.4								
	.5			3		4	2		
	.6			2	1	2	1	1	
	.7			1	4		3	1	1
	.8				1			3	2
	.9	1	1					1	3
	1	5	5						

		b_1		b_2		b_3		b_4	
	0								
	.1								
	.2								
	.3								
a_2	.4								
	.5								
	.6			1	1				
	.7			1					
	.8	1		4		2	1	2	2
	.9	1	2		5	1	2	1	1
	1	4	4			3	3	3	3

		b_1		b_2		b_3		b_4	
	0								
	.1								
	.2								
	.3								
a_3	.4								
	.5			2	1	1			
	.6			1	1		1	1	1
	.7			2	2			1	2
	.8	5			1	4	4	3	2
	.9	1	6	1		1	1		
	1				1			1	1

		b_1		b_2		b_3		b_4	
	0			1	1				
	.1							3	
	.2			4				1	4
	.3				4			1	1
a_4	.4								
	.5	1		1		4			
	.6	2	1		1	2	1	1	
	.7	3					5		1
	.8		5						
	.9								
	1								

		b_1		b_2		b_3		b_4	
	0								
	.1								
	.2								
	.3								
a_5	.4								
	.5	2				3	1	1	1
	.6	2				1			
	.7	1	1			2		1	1
	.8		1				2	2	2
	.9	1	4	1	1		3	2	2
	1			5	5				

A partir de esta estadística se obtiene la normalización en (8) y la ley acumulativa complementaria presentada en (9).

(8)

		b_1		b_2		b_3		b_4	
	0								
	.1								
	.2								
	.3								
	.4								
a_1	**.5**			0.5		0.67	0.33	0.17	
	.6			0.33	0.17	0.33	0.17	0.17	
	.7			0.17	0.66		0.5	0.17	0.17
	.8				0.17			0.5	0.33
	.9	0.17	0.17					0.16	0.5
	1	0.83	0.83						

		b_1		b_2		b_3		b_4	
	0								
	.1								
	.2								
	.3								
	.4								
a_2	**.5**								
	.6			0.17	0.17				
	.7			0.17					
	.8	0.17		0.66		0.33	0.17	0.33	0.33
	.9	0.17	0.33		0.83	0.17	0.33	0.17	0.17
	1	0.66	0.67			0.5	0.5	0.5	0.5

		b_1		b_2		b_3		b_4	
	0								
	.1								
	.2								
	.3								
	.4								
a_3	**.5**			0.33	0.16	0.17			
	.6			0.17	0.17		0.17	0.16	0.17
	.7			0.33	0.33			0.17	0.33
	.8	0.83			0.17	0.66	0.66	0.5	0.33
	.9	0.17	1	0.17		0.17	0.17		
	1				0.17			0.17	0.17

		b_1		b_2		b_3		b_4	
	0			0.17	0.17				
	.1							0.5	
	.2			0.66				0.17	0.66
	.3				0.66			0.17	0.17
	.4								
a_4	**.5**	0.17		0.17		0.67			
	.6	0.33	0.17		0.17	0.33	0.17	0.16	
	.7	0.5					0.83		0.17
	.8		0.83						
	.9								
	1								

		b_1		b_2		b_3		b_4	
	0								
	.1								
	.2								
	.3								
	.4								
a_5	**.5**	0.33				0.5	0.17	0.17	0.17
	.6	0.33				0.17			
	.7	0.17	0.17			0.33		0.17	0.17
	.8		0.17				0.33	0.33	0.33
	.9	0.17	0.66	0.17	0.17		0.5	0.33	0.33
	1			0.83	0.83				

(9)

		b_1		b_2		b_3		b_4	
	0	1	1	1	1	1	1	1	1
	.1	1	1	1	1	1	1	1	1
	.2	1	1	1	1	1	1	1	1
	.3	1	1	1	1	1	1	1	1
	.4	1	1	1	1	1	1	1	1
a_1	**.5**	1	1	1	1	1	1	1	1
	.6	1	1	0.5	1	0.33	0.67	1	1
	.7	1	1	0.17	0.83	0	0.5	0.83	1
	.8	1	1	0	0.17	0	0	0.66	0.83
	.9	1	1	0	0	0	0	0.16	0.5
	1	0.83	0.83	0	0	0	0	0	0

		b_1		b_2		b_3		b_4	
	0	1	1	1	1	1	1	1	1
	.1	1	1	1	1	1	1	1	1
	.2	1	1	1	1	1	1	1	1
	.3	1	1	1	1	1	1	1	1
	.4	1	1	1	1	1	1	1	1
a_2	**.5**	1	1	1	1	1	1	1	1
	.6	1	1	1	1	1	1	1	1
	.7	1	1	0.83	0.83	1	1	1	1
	.8	1	1	0.66	0.83	1	1	1	1
	.9	0.83	1	0	0.83	0.67	0.83	0.67	0.67
	1	0.66	0.67	0	0	0.5	0.5	0.5	0.5

		b_1		b_2		b_3		b_4	
	0	1	1	1	1	1	1	1	1
	.1	1	1	1	1	1	1	1	1
	.2	1	1	1	1	1	1	1	1
	.3	1	1	1	1	1	1	1	1
	.4	1	1	1	1	1	1	1	1
a_3	**.5**	1	1	1	1	1	1	1	1
	.6	1	1	0.67	0.84	0.83	1	1	1
	.7	1	1	0.5	0.67	0.83	0.83	0.84	0.83
	.8	1	1	0.17	0.34	0.83	0.83	0.67	0.5
	.9	0.17	1	0.17	0.17	0.17	0.17	0.17	0.17
	1	0	0	0	0.17	0	0	0.17	0.17

		b_1		b_2		b_3		b_4	
	0	1	1	1	1	1	1	1	1
	.1	1	1	0.83	0.83	1	1	1	1
	.2	1	1	0.83	0.83	1	1	0.5	1
	.3	1	1	0.17	0.83	1	1	0.33	0.34
	.4	1	1	0.17	0.17	1	1	0.16	0.17
a_4	**.5**	1	1	0.17	0.17	1	1	0.16	0.17
	.6	0.83	1	0	0.17	0.33	1	0.16	0.17
	.7	0.5	0.83	0	0	0	0.83	0	0.17
	.8	0	0.83	0	0	0	0	0	0
	.9	0	0	0	0	0	0	0	0
	1	0	0	0	0	0	0	0	0

	0	1	1	1	1	1	1	1	1
	.1	1	1	1	1	1	1	1	1
	.2	1	1	1	1	1	1	1	1
	.3	1	1	1	1	1	1	1	1
	.4	1	1	1	1	1	1	1	1
a_5	**.5**	1	1	1	1	1	1	1	1
	.6	0.67	1	1	1	0.5	0.83	0.83	0.83
	.7	0.34	1	1	1	0.33	0.83	0.83	0.83
	.8	0.17	0.83	1	1	0	0.83	0.66	0.66
	.9	0.17	0.66	1	1	0	0.5	0.33	0.33
	1	0	0	0.83	0.83	0	0	0	0

Calculamos $\varepsilon\,(\underset{\sim}{m})$ en (10)

(10)

	b_1		**b_2**		**b_3**		**b_4**	
a_1	0.983	0.983	0.567	0.70	0.533	0.617	0.765	0.833
a_2	0.949	0.967	0.749	0.849	0.917	0.933	0.917	0.917
a_3	0.817	0.9	0.651	0.719	0.766	0.783	0.785	0.767
a_4	0.633	0.766	0.217	0.3	0.533	0.683	0.231	0.302
a_5	0.635	0.849	0.983	0.983	0.583	0.799	0.765	0.765

Para llegar al resultado final, es necesario pedir de nuevo la opinión a los mismos expertos en relación a unas nuevas incidencias: las que existen entre las causas de la matriz $\underset{\sim}{m}^{(j)}$ consigo mismas y con el resto. Esto genera unas nuevas matrices Φ-borrosas $\underset{\sim}{\infty}^{(j)}$ en que tanto filas como columnas comprenden los mismos conceptos: patrocinantes, programa económico del club, cobertura en medios de comunicación, giras y eventos deportivos y merchandising.

Esta nueva opinión de los expertos proporciona nuevas matrices, véase desde (11) hasta (16).

(11)

$\underset{\sim}{\infty}^{(1)}$	**a_1**	**a_2**	**a_3**	**a_4**	**a_5**
a_1	1	[.7, .8]	[.8, .9]	.9	.7
a_2	[.7, .8]	1	.9	.9	.2
a_3	.1	[.4, .5]	1	[.8, .9]	1
a_4	[.7, .8]	[.5, .8]	.9	1	.8
a_5	.1	[.2, .3]	[.7, .9]	1	1

(12)

$\underset{\sim}{\infty}^{(2)}$	**a_1**	**a_2**	**a_3**	**a_4**	**a_5**
a_1	1	[.6, .8]	1	[.8, .9]	.6
a_2	.8	1	.9	1	.1
a_3	0	[.4, .5]	1	[.7, .9]	1
a_4	[.6, .7]	[.7, .8]	.9	1	.6
a_5	.1	[.1, .3]	[.8, .9]	.8	1

(13)

$\underset{\sim}{\infty}^{(3)}$	**a_1**	**a_2**	**a_3**	**a_4**	**a_5**
a_1	1	[.6, .7]	1	[.8, .9]	.6
a_2	.6	1	1	[.8, .9]	.7
a_3	0	[.4, .5]	1	.7	.9
a_4	[.6, .8]	[.5, .7]	.9	1	[.7, .9]
a_5	.2	[.1, .3]	[.8, .9]	.8	1

(14)

$\underset{\sim}{\infty}^{(4)}$	**a₁**	**a₂**	**a₃**	**a₄**	**a₅**
a_1	1	[.6, .8]	.8	.9	[.7, .8]
a_2	[.6, .7]	1	[.8, .9]	[.7, .8]	[.7, .8]
a_3	[.2, .3]	[.2, .5]	1	[.7, .9]	1
a_4	[.7, .9]	[.5, .6]	1	1	[.8, .9]
a_5	.1	[.3, .4]	[.8, .9]	.9	1

(15)

$\underset{\sim}{\infty}^{(5)}$	**a_1**	**a_2**	**a_3**	**a_4**	**a_5**
a_1	1	[.6, .8]	[.7, .9]	[.7, .8]	[.6, .7]
a_2	0	1	[.8, .9]	[.8, .9]	[.1, .2]
a_3	.1	[.3, .5]	1	[.7, .8]	[.8, .9]
a_4	[.6, .7]	[.5, .7]	[.8, .9]	1	[.6, .7]
a_5	[.2, .3]	[.1, .3]	[.8, .9]	1	1

(16)

$\underset{\sim}{\infty}^{(6)}$	**a_1**	**a_2**	**a_3**	**a_4**	**a_5**
a_1	1	[.5, .6]	[.7, .8]	[.8, .9]	[.6, .7]
a_2	[.7, .8]	1	.8	.8	[.1, .2]
a_3	0	[.3, .4]	1	[.7, .8]	.9
a_4	[.6, .7]	[.4, .7]	.8	1	[.7, .8]
a_5	0	[.1, .2]	[.6, .8]	.9	1

A continuación se realiza una estadística que refleja el número de veces que cada nivel de incidencia se repite para todas las posibles relaciones. El resultado se refleja en (17)

(17)

		a_1		a_2		a_3		a_4		a_5	
	0										
	.1										
	.2										
	.3										
a_1	.4										
	.5			1							
	.6			4	1					4	1
	.7			1	1	2		1		2	3
	.8				4	2	3	3	1		2
	.9						1	2	5		
	1	6	6			2	2				

		a_1		a_2		a_3		a_4		a_5	
	0	1	1								
	.1									3	1
	.2									1	3
	.3										
a_2	.4										
9	.5										
	.6	2	1								
	.7	2	1					1		2	1
	.8	1	3			3	1	3	2		1
	.9					2	4	1	3		
	1			6	6	1	1	1	1		

		a_1		a_2		a_3		a_4		a_5	
	0	3	3								
	.1	2	2								
	.2	1		1							
	.3		1	2							
a_3	.4			3	1						
	.5				5						
	.6										
	.7							5	1		
	.8							1	2	1	
	.9								3	2	3
	1					6	6			3	3

		A_1		a_2		a_3		a_4		a_5	
	0										
	.1										
	.2										
	.3										
a_4	.4			1							
	.5			4							
	.6	4			1					2	1
	.7	2	3	1	3					2	1
	.8		2		2	2	1			2	1
	.9		1			3	4				3
	1					1	1	6	6		

		A_1		a_2		a_3		a_4		a_5	
	0	1	1								
	.1	3	3	4							
	.2	2	1	1	1						
	.3		1	1	4						
a_5	.4				1						
	.5										
	.6					1					
	.7					1					
	.8					4	1	2	2		
	.9						5	2	2		
	1							2	2	6	6

Obtenemos a partir de esta estadística la normalización en (18)

(18)

		a_1		a_2		a_3		a_4		a_5	
	0										
	.1										
	.2										
	.3										
	.4										
a_1	**.5**			0.17							
	.6			0.66	0.17					0.67	0.17
	.7			0.17	0.17	0.34		0.17		0.33	0.5
	.8				0.66	0.33	0.5	0.5	0.17		0.33
	.9						0.17	0.33	0.83		
	1	1	1			0.33	0.33				

		a_1		a_2		a_3		a_4		a_5	
	0	0.17	0.16							0.5	0.16
	.1									0.17	0.5
	.2										
	.3										
	.4										
a_2	**.5**										
	.6	0.33	0.17								
	.7	0.33	0.17					0.16		0.33	0.17
	.8	0.17	0.5			0.5	0.17	0.5	0.33		0.17
	.9					0.33	0.66	0.17	0.5		
	1			1	1	0.17	0.17	0.17	0.17		

		a_1		a_2		a_3		a_4		a_5	
	0	0.5	0.5								
	.1	0.33	0.33								
	.2	0.17		0.17							
	.3		0.17	0.33							
	.4			0.5	0.17						
a_3	**.5**				0.83						
	.6										
	.7							0.83	0.17		
	.8							0.17	0.33	0.17	
	.9								0.5	0.33	0.5
	1					1	1			0.5	0.5

	0										
	.1										
	.2										
	.3										
	.4			0.17							
a_4	.5			0.66							
	.6	0.67			0.17					0.34	0.16
	.7	0.33	0.5	0.17	0.5					0.33	0.17
	.8		0.33		0.33	0.33	0.17			0.33	0.17
	.9		0.17			0.5	0.66				0.5
	1					0.17	0.17	1	1		

	0	0.17	0.16								
	.1	0.5	0.5	0.66							
	.2	0.33	0.17	0.17	0.17						
	.3		0.17	0.17	0.66						
	.4				0.17						
a_5	.5										
	.6					0.17					
	.7					0.17					
	.8					0.66	0.17	0.34	0.34		
	.9						0.83	0.33	0.33		
	1							0.33	0.33	1	1

En (19) tenemos la ley acumulativa complementaria

(19)

		a_1		**a_2**		**a_3**		**a_4**		**a_5**	
	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	.1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	.2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	.3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	.4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
a_1	.5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	.6	1	1	0.83	1	1	1	1	1	1	1
	.7	1	1	0.17	0.83	1	1	1	1	0.33	0.83
	.8	1	1	0	0.66	0.66	1	0.83	1	0	0.33
	.9	1	1	0	0	0.33	0.5	0.33	0.83	0	0
	1	1	1	0	0	0.33	0.33	0	0	0	0

		a_1		a_2		a_3		a_4		a_5	
	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	.1	0.83	0.84	1	1	1	1	1	1	1	1
	.2	0.83	0.84	1	1	1	1	1	1	0.5	0.84
	.3	0.83	0.84	1	1	1	1	1	1	0.33	0.34
	.4	0.83	0.84	1	1	1	1	1	1	0.33	0.34
a_2	**.5**	0.83	0.84	1	1	1	1	1	1	0.33	0.34
	.6	0.83	0.84	1	1	1	1	1	1	0.33	0.34
	.7	0.5	0.67	1	1	1	1	1	1	0.33	0.34
	.8	0.17	0.5	1	1	1	1	0.84	1	0	0.17
	.9	0	0	1	1	0.5	0.83	0.34	0.67	0	0
	1	0	0	1	1	0.17	0.17	0.17	0.17	0	0

	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	.1	0.5	0.5	1	1	1	1	1	1	1	1
	.2	0.17	0.17	1	1	1	1	1	1	1	1
	.3	0	0.17	0.83	1	1	1	1	1	1	1
	.4	0	0	0.5	1	1	1	1	1	1	1
a_3	**.5**	0	0	1	0.83	1	1	1	1	1	1
	.6	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
	.7	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
	.8	0	0	1	1	1	1	0.17	0.83	1	1
	.9	0	0	1	1	1	1	0	0.5	0.83	1
	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0.5	0.5

	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	.1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	.2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	.3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	.4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
a_4	**.5**	1	1	0.83	1	1	1	1	1	1	1
	.6	1	1	0.17	1	1	1	1	1	1	1
	.7	0.33	1	0.17	0.83	1	1	1	1	0.66	0.84
	.8	0	0.5	0	0.33	1	1	1	1	0.33	0.67
	.9	0	0.17	0	0	0.67	0.83	1	1	0	0.5
	1	0	0	0	0	0.17	0.17	1	1	0	0

		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	0	0.83	0.84	1	1	1	1	1	1	1	1
	.1	0.33	0.34	0.34	1	1	1	1	1	1	1
	.2	0	0.17	0.17	0.83	1	1	1	1	1	1
	.3	0	0	0	0.17	1	1	1	1	1	1
$\mathbf{a_5}$	**.4**	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1
	.5	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1
	.6	0	0	0	0	0.83	1	1	1	1	1
	.7	0	0	0	0	0.66	1	1	1	1	1
	.8	0	0	0	0	0	0.83	0.66	0.66	1	1
	.9	0	0	0	0	0	0	0.33	0.33	1	1
	1										

Calculamos $\varepsilon\ (\underset{\sim}{\infty})$ en (20)

(20)

	$\mathbf{a_1}$		$\mathbf{a_2}$		$\mathbf{A_3}$		$\mathbf{a_4}$		$\mathbf{a_5}$	
$\mathbf{a_1}$	1	1	0.600	0.749	0.832	0.883	0.816	0.883	0.633	0.716
$\mathbf{a_2}$	0.565	0.621	1	1	0.867	0.900	0.835	0.884	0.315	0.371
$\mathbf{a_3}$	0.067	0.084	0.333	0.483	1	1	0.717	0.833	0.933	0.950
$\mathbf{a_4}$	0.633	0.767	0.517	0.716	0.884	0.900	1	1	0.699	0.801
$\mathbf{a_5}$	0.116	0.135	0.151	0.300	0.749	0.883	0.899	0.899	1	1

Seguidamente se pasa a la obtención de nuevas relaciones. Para ello se hace una nueva matriz Φ-borrosa $\underset{\sim}{\beta}$ donde se relacionan los “efectos” consigo mismos y con el resto de efectos, pidiendo de nuevo la opinión a los mismos 6 expertos, lo cual puede expresarse a través de intervalos de confianza [0,1]. El resultado queda reflejado en las 6 matrices $\underset{\sim}{\beta}^{(j)}$ para j = 1, 2, …, 6 que se representará desde (21) hasta (26).

(21)

$\underset{\sim}{\beta}^{(1)}$	**b_1**	**b_2**	**b_3**	**b_4**
b_1	1	.9	1	1
b_2	.9	1	[.6, .7]	[.2, .3]
b_3	[.8, .9]	.8	1	[.4, .5]
b_4	1	[.8, .9]	[.6, .7]	1

(22)

$\underset{\sim}{\beta}^{(2)}$	**b_1**	**b_2**	**b_3**	**b_4**
b_1	1	[.8, .9]	.9	[.8, .9]
b_2	[.7, .9]	1	[.7, .8]	[.1, .2]
b_3	[.7, .8]	[.7, .9]	1	[.3, .5]
b_4	.9	[.7, .8]	[.4, .6]	1

(23)

$\underset{\sim}{\beta}^{(3)}$	**b_1**	**b_2**	**b_3**	**b_4**
b_1	1	.9	[.7, .8]	[.6, .7]
b_2	[.7, .8]	1	[.6, .7]	[.3, .4]
b_3	[.7, .8]	[.6, .8]	1	[.2, .5]
b_4	.8	[.7, .9]	[.5, .7]	1

(24)

$\underset{\sim}{\beta}^{(4)}$	b_1	b_2	b_3	b_4
b_1	1	[.8, .9]	.8	.9
b_2	[.8, .9]	1	[.5, .7]	[.1, .3]
b_3	[.7, .8]	[.8, .9]	1	[.3, .6]
b_4	1	[.7, .9]	[.5, .7]	1

(25)

$\underset{\sim}{\beta}^{(5)}$	b_1	b_2	b_3	b_4
b_1	1	[.6, .9]	1	[.7, .8]
b_2	[.7, .9]	1	[.5, .7]	[.2, .4]
b_3	[.8, .9]	[.7, .9]	1	[.3, .6]
b_4	[.7, .9]	[.8, .8]	[.7, .9]	1

(26)

$\underset{\sim}{\beta}^{(6)}$	b_1	b_2	b_3	b_4
b_1	1	[.7, .9]	[.8, .9]	.8
b_2	[.8, .9]	1	[.5, .8]	[.2, .5]
b_3	[.6, .8]	[.7, .8]	1	[.5, .6]
b_4	[.8, .9]	[.7, .9]	[.6, .8]	1

De la misma manera que se ha hecho con las matrices $\underset{\sim}{m}^{(j)}$ y $\underset{\sim}{\infty}^{(j)}$ ahora se construye una estadística a partir de las matrices $\underset{\sim}{\beta}^{(j)}$. El resultado queda reflejado en (27).

(27)

	0								
	.1								
	.2								
	.3								
b_1	.4								
	.5								
	.6			1				1	
	.7			1		1		1	1
	.8			2		2	2	1	2
	.9			2	6	1	2	2	2
	1	6	6			2	2	1	1

	0								
	.1								
	.2							1	
	.3							3	
b_3	.4							1	
	.5							1	3
	.6	1		1					3
	.7	3		3					
	.8	2	3	2	3				
	.9		3		3				
	1					6	6		

	0								
	.1							2	
	.2							3	1
	.3							1	2
b_2	.4								2
	.5					3			1
	.6					2			
	.7	3				1	4		
	.8	2	1				2		
	.9	1	5						
	1			6	6				

	0								
	.1								
	.2								
	.3								
b_4	.4					1			
	.5					2			
	.6					2	1		
	.7	1		4		1	3		
	.8	2	1	2	1		1		
	.9	1	3		5		1		
	1	2	2					6	6

Obtenemos la normalización en (28)

(28)

		b_1		b_2		b_3		b_4	
	0								
	.1								
	.2								
	.3								
	.4								
b_1	**.5**								
	.6			0.17				0.16	
	.7			0.17		0.17		0.17	0.17
	.8			0.33		0.33	0.34	0.17	0.33
	.9			0.33	1	0.17	0.33	0.33	0.33
	1	1	1			0.33	0.33	0.17	0.17

	0								
	.1							0.33	
	.2							0.5	0.17
	.3							0.17	0.33
	.4								0.33
b_2	**.5**					0.5			0.17
	.6					0.33			
	.7	0.5				0.17	0.67		
	.8	0.33	0.17				0.33		
	.9	0.17	0.83						
	1			1	1				

	0								
	.1								
	.2							0.16	
	.3							0.5	
	.4							0.17	
b_3	**.5**							0.17	0.5
	.6	0.17		0.17					0.5
	.7	0.5		0.5					
	.8	0.33	0.5	0.33	0.5				
	.9		0.5		0.5				
	1					1	1		

		b_1		b_2		b_3		b_4	
	0								
	.1								
	.2								
	.3								
	.4					0.17			
b_4	**.5**					0.33			
	.6					0.33	0.16		
	.7	0.17		0.67		0.17	0.5		
	.8	0.33	0.17	0.33	0.17		0.17		
	.9	0.17	0.5		0.83		0.17		
	1	0.33	0.33					1	1

Se obtiene la ley acumulativa complementaria en (29)

(29)

		b_1		b_2		b_3		b_4	
	0	1	1	1	1	1	1	1	1
	.1	1	1	1	1	1	1	1	1
	.2	1	1	1	1	1	1	1	1
	.3	1	1	1	1	1	1	1	1
	.4	1	1	1	1	1	1	1	1
b_1	**.5**	1	1	1	1	1	1	1	1
	.6	1	1	1	1	1	1	1	1
	.7	1	1	0.83	1	1	1	0.84	1
	.8	1	1	0.66	1	0.83	1	0.67	0.83
	.9	1	1	0.33	1	0.5	0.66	0.5	0.5
	1	1	1	0	0	0.33	0.33	0.17	0.17

	0	1	1	1	1	1	1	1	1
	.1	1	1	1	1	1	1	1	1
	.2	1	1	1	1	1	1	0.67	1
	.3	1	1	1	1	1	1	0.17	0.83
	.4	1	1	1	1	1	1	0	0.5
b_2	**.5**	1	1	1	1	1	1	0	0.17
	.6	1	1	1	1	0.5	1	0	0
	.7	1	1	1	1	0.17	1	0	0
	.8	0.5	1	1	1	0	0.33	0	0
	.9	0.17	0.83	1	1	0	0	0	0
	1	0	0	1	1	0	0	0	0

		b_1		b_2		b_3		b_4	
	0	1	1	1	1	1	1	1	1
	.1	1	1	1	1	1	1	1	1
	.2	1	1	1	1	1	1	1	1
	.3	1	1	1	1	1	1	0.84	1
	.4	1	1	1	1	1	1	0.34	1
b_3	.5	1	1	1	1	1	1	0.17	1
	.6	1	1	1	1	1	1	0	0.5
	.7	0.83	1	0.83	1	1	1	0	0
	.8	0.33	1	0.33	1	1	1	0	0
	.9	0	0.5	0	0.5	1	1	0	0
	1	0	0	0	0	1	1	0	0

	0	1	1	1	1	1	1	1	1
	.1	1	1	1	1	1	1	1	1
	.2	1	1	1	1	1	1	1	1
	.3	1	1	1	1	1	1	1	1
	.4	1	1	1	1	1	1	1	1
b_4	.5	1	1	1	1	0.83	1	1	1
	.6	1	1	1	1	0.5	1	1	1
	.7	1	1	1	1	0.17	0.84	1	1
	.8	0.83	1	0.33	1	0	0.34	1	1
	.9	.5	0.83	0	0.83	0	0.17	1	1
	1	0.33	0.33	0	0	0	0	1	1

Calculamos $\varepsilon\,(\underset{\sim}{\beta})$ en (30)

	b_1		b_2		b_3		b_4	
b_1	1	1	0.782	0.900	0.866	0.899	0.818	0.850
b_2	0.767	0.883	1	1	0.567	0.733	0.184	0.350
b_3	0.716	0.850	0.716	0.850	1	1	0.335	0.550
b_4	0.866	0.916	0.733	0.883	0.550	0.735	1	1

A partir de esta información se han obtenido unas matrices aleatorias borrosas que representan las relaciones borrosas dadas por los expertos. Todas las operaciones que puedan realizarse con las relaciones borrosas también pueden hacerse con relaciones borrosas aleatorias nivel α por nivel α, $\alpha = \{0, .1, .2, \ldots, 1\}$.

De esta forma podríamos partir de la matriz aleatoria M $(\underset{\sim}{m})$ borrosa obtenida en (10) y calculamos nivel a nivel α:

.- Existen muchos métodos para hallar los efectos olvidados de segunda generación.

.- Nosotros nos basaremos en el método aproximado de medias con lo cual realizaremos los cálculos para encontrar todas las medias relativas a cada relación de incidencia de $M(\underset{\sim}{m})$. Luego lo realizaremos para una matriz $M(\underset{\sim}{\infty})$ que representa la opinión de los expertos en cuanto a la incidencia de las causas con ellas mismas y obtenemos la matriz de medias $M(\underset{\cdot}{\underset{\sim}{\infty}})$.

.-También obtendremos una matriz $M(\underset{\sim}{\beta})$ que representa la opinión de los expertos en cuanto a la incidencia de los efectos con ellos mismos y tendremos una matriz de medias $M(\underset{\sim}{\beta})$.

.-Las matrices M $(\underset{\cdot}{\underset{\sim}{m}})$, $M(\underset{\cdot}{\underset{\sim}{\infty}})$, $M(\underset{\cdot}{\underset{\sim}{\beta}})$ constituyen la opinión agregada de todos los expertos.

Por último, al realizar la convolución de las matrices $M(\underset{\cdot}{\underset{\sim}{\infty}})$ o $M(\underset{\cdot}{\underset{\sim}{m}})$ o $M(\underset{\cdot}{\underset{\sim}{\beta}})$ obtendremos los efectos de 1^{era} y 2^{da} generación.

Procedemos a continuación a calcular la convolución max-min $\varepsilon(\underset{\sim}{\infty}) \circ \varepsilon(\underset{\sim}{m}) \circ \varepsilon(\underset{\sim}{\beta})$ obteniendo la matriz (32).

Para ello, primero convolucionaremos $\varepsilon(\underset{\sim}{\infty}) \circ \varepsilon(\underset{\sim}{m})$ y su resultado lo convolucionaremos con $\varepsilon(\underset{\sim}{\beta})$.

(31)

$\varepsilon(\underset{\sim}{\infty}) \circ \varepsilon(\underset{\sim}{m}) =$

	b_1		**b_2**		**b_3**		**b_4**	
a_1	0.983	0.983	0.651	0.749	0.766	0.783	0.785	0.833
a_2	0.949	0.967	0.749	0.849	0.917	0.933	0.917	0.917
a_3	0.817	0.900	0.933	0.950	0.766	0.799	0.785	0.767
a_4	0.817	0.900	0.699	0.801	0.766	0.799	0.785	0.767
a_5	0.749	0.883	0.983	0.983	0.749	0.799	0.765	0.767

5x4

o

$\varepsilon(\underset{\sim}{\beta})$

o

1	1	0.782	0.900	0.866	0.899	0.818	0.850
0.767	0.833	1	1	0.567	0.733	0.184	0.350
0.716	0.850	0.716	0.850	1	1	0.335	0.550
0.866	0.916	0.733	0.883	0.550	0.735	1	1

=

(32)

$$\varepsilon(\underset{\sim}{\infty}) \circ \varepsilon(\underset{\sim}{m}) \circ \varepsilon(\underset{\sim}{\beta})$$

	b_1		**B_2**		**b_3**		**b_4**	
a_1	0.983	0.983	0.782	0.90	0.866	0.899	0.818	0.850
a_2	0.949	0.967	0.782	0.90	0.917	0.933	0.917	0.917
a_3	0.817	0.900	0.933	0.950	0.817	0.899	0.817	0.850
a_4	0.817	0.900	0.782	0.900	0.817	0.899	0.817	0.850
a_5	0.767	0.883	0.983	0.983	0.749	0.883	0.765	0.850

Procedemos a realizar ahora las operaciones para subrayar los efectos olvidados estableciendo una comparación entre la matriz (32) que proporciona los efectos acumulados de 1^{era} y 2^{da} generación y la matriz (31), representativa de los efectos de 1^{era} generación.

Para ello, reducimos los intervalos de confianza a números ordinarios obteniendo el valor medio de cada intervalo en las matrices (33) y (34), respectivamente.

(33)

$$\overline{\mathbf{M}}(\underset{\sim}{m}) =$$

	b_1	B_2	b_3	b_4
a_1	0.983	0.700	0.775	0.809
a_2	0.958	0.799	0.925	0.917
a_3	0.859	0.942	0.783	0.776
a_4	0.859	0.750	0.783	0.776
a_5	0.816	0.983	0.774	0.766

(34)

$$\overline{\mathbf{M}}(\underset{\sim}{m}^*) =$$

	b_1	B_2	b_3	b_4
a_1	0.983	0.841	0.883	0.834
a_2	0.958	0.841	0.925	0.917
a_3	0.859	0.942	0.858	0.834
a_4	0.859	0.841	0.858	0.834
a_5	0.825	0.983	0.816	0.808

La comparación entre las dos matrices (33) y (34) subraya los efectos olvidados, por lo cual se calcula la diferencia de cada elemento de $\overline{\mathbf{M}}(\underset{\sim}{m}^*)$ y su correspondiente de $\overline{\mathbf{M}}(\underset{\sim}{m})$. El resultado lo presentamos en (35).

(35)

	b_1	b_2	b_3	b_4
a_1	0	0.141	0.108	0.025
a_2	0	0.042	0	0
a_3	0	0	0.075	0.058
a_4	0	0.091	0.075	0.058
a_5	0.009	0	0.042	0.042

Analizando la matriz (35) podemos ver que los efectos olvidados más intensos se tienen en las relaciones ($a_1 \longrightarrow b_2$) y ($a_1 \longrightarrow b_3$) esto es, los patrocinantes sobre aumentar la imagen de la organización en el socio y público en general y sobre la consolidación de la proyección deportiva.

Los otros efectos son muy débiles y se explican por sí solos.

Así vemos que la cobertura en los medios de comunicación (a_3) ejerce un papel importante para consolidar la proyección deportiva.

De la misma forma, las giras y eventos deportivos (a_4) ejercen un papel importante para aumentar la imagen de la organización en el socio y público en general.

Por otra parte, vemos que la cobertura en los medios de comunicación y las giras y eventos deportivos influyen en menor medida, según los expertos, en el aumento del valor de la organización. Sin embargo, hay que tomarlo en cuenta.

Debemos resaltar que las giras y eventos deportivos son considerados como un elemento decisor al aumentar la imagen de la organización en el socio y público en general.

En este simplificado ejemplo hemos querido dejar en claro la metodología para el estudio de los efectos olvidados en una organización deportiva en particular. Se trata de una pequeña simplificación que muestra cómo abordar este tipo de problemas.

Para realizar un estudio más exhaustivo en el ámbito de las organizaciones deportivas, deberíamos tomar en cuenta los siguientes fines y causas que inciden:

Fines de la organización

a) Objetivos primarios:
- Aumentar el valor de la organización.
- Conseguir la permanencia en la vida económica.
- Prestigio Nacional (posicionamiento).
- Beneficios anuales.

b) Objetivos secundarios:
- Obtener un poder político-social.
- Aumentar la imagen de la organización del socio y público en general.
- Consolidar el prestigio en el mercado.
- Fortalecer la posición para acuerdos con otras organizaciones.
- Consolidar la proyección deportiva.
- Lograr la integración social.

c) Objetivos intermedios:
- Facilitar la obtención de créditos.

- Favorecer la expansión comercial.
- Favorecer las redes de transporte.
- Favorecer las actividades en ocio.
- Consolidar zonas y lugares turísticos.
- Fortalecer la red hotelera y restauración.

Causas que inciden

a) Aspectos económico-financiero:
   - Precio.
   - Boletería.
   - Grado de liquidez.
   - Derechos de transmisión de los eventos deportivos.
   - Patrocinantes.
   - Merchandising.
   - Giras y eventos deportivos.
   - Publicidad y esponsorizaciones.

b) Aspecto laboral:
   - Seguridad laboral.
   - Atención médico sanitaria (programas).

c) Aspecto productivo:
   - Imagen de la organización.
   - Actualización en medios (páginas web).
   - Inversiones con otras organizaciones.

d) Aspecto comercial:

- Gamma de productos en el mercado (explotación de marcas).
- Calidad y presentación de los productos.

e) Aspecto rector-coordinador:

- Equipo directivo.
- Programa económico.
- Perspectivas a futuro.

Referencias

[1] Kaufmann A.y Gil Aluja, J. (1988). *Models per a la recerca d´efectes oblidants*, Vigo, España: Ed. Milladoiro.

[2] Kaufmann, A. y Gil Aluja, J. (1988). *Models per a la recerca d´efectes oblidants*, Vigo, España: Ed. Milladoiro, pp.118-224.

Bibliografía

Kaufmann, A. y Gil Aluja, J. (1988).*Modelos para la investigación de efectos olvidados*. Vigo, España: Ed. Milladoiro.

Kaufmann, A. y Gil Aluja, J. (1993). *Nuevas técnicas para la dirección estratégica.* Barcelona, España: Ed. Universitat de Barcelona.

Kaufmann, A. y Gil Aluja, J. (1992). *Técnicas de gestión de empresa. Previsión, decisiones y estrategias.* Madrid: Ed, Pirámide.