Segunda Parte

La elección en base a la idea de subconjunto borroso

Nuevas técnicas de apoyo a la gestión deportiva

En épocas recientes, la gestión de las actividades deportivas ha dado un giro espectacular como consecuencia del cada vez más creciente interés de los medios de comunicación (principalmente televisiones) en conseguir incorporar en su programación los eventos que alcanzan una audiencia que no era posible imaginar hace sólo unos años.

Las cifras que se barajan en los movimientos económico-financieros necesarios para alcanzar el debido protagonismo, capaz de atraer el interés popular, llegan a unos niveles en los cuales no es posible dejar en manos de la intuición decisiones que muchas veces comportan desembolsos cifrados en decenas de millones de euros.

La lectura en los medios de comunicación de las cantidades pagadas, por ejemplo, para el fichaje de un jugador de fútbol, baloncesto o balonmano, produce escalofríos, los cuales se agudizan al pensar que quizás la persona elegida no dará el rendimiento suficiente para compensar, además de los gastos necesarios para mantenerlo en actividad, la amortización, a lo largo de la duración del contrato, de la inversión realizada. No se trata, aquí, de poner en entredicho la cuantía del fichaje, sino la idoneidad del deportista, el cual debe reunir ciertas características, cualidades o singularidades que hagan que sea adecuado para la posición o posiciones que debe ocupar en el equipo.

Los textos dedicados a la gestión de los recursos humanos[13], en general, y los de Marketing en particular[14], hacen especial hincapié en el estudio de la selección de personal que debe ocupar una plaza en una organización o un puesto en el organigrama de una empresa. Se dispone de técnicas, que nosotros mismos hemos utilizado, para conseguir elegir la persona más cercana al perfil ideal deseado, porque se piensa que un fracaso, tanto por parte de la empresa como por parte del candidato, comporta una pérdida de tiempo, ilusiones y recursos que no conviene seguir soportando. Y, sin embargo, estas pérdidas se hallan muchas veces a años luz de las que se producirían en el supuesto de cometer un error, por ejemplo, en el fichaje de un jugador de fútbol destinado a un club importante.

Creemos que ha llegado el momento de abordar el intento de incorporar las modernas técnicas de selección de los recursos humanos en el ámbito de clubes deportivos adaptándolas a las particulares necesidades de este tipo de actividad caracterizada, quizás como ninguna otra, por un alto grado de incertidumbre.

Desde hace algunos años, los científicos de todos los países han ido buscando nuevos elementos capaces de explicar y tratar los fenómenos que se producen en un mundo como el que vivimos, en el cual los profundos cambios, que con tanta rapidez se van produciendo, dan lugar a que las decisiones con efectos económico-financieros en el futuro no puedan ser adoptadas siguiendo los criterios tradicionales, porque los resultados, de hacerlo así, estarían condenados a los más estruendosos fracasos.

Afortunadamente, disponemos hoy de elementos suficientes, extraídos de teorías tales como la de los subconjuntos borrosos, la de los efectos olvidados, la de las afinidades, la de los expertones, etc, capaces de dar respuestas positivas a los importantes retos ante los cuales se enfrenta la gestión de empresas e instituciones deportivas en este final de milenio.

Etapas a seguir en la selección del deportista más adecuado

El método que proponemos es, en sí mismo, relativamente sencillo. Y es quizás a causa de su sencillez que puede ser empleado de manera inmediata y en la práctica totalidad de los supuestos susceptibles de ser planteados en las más variadas situaciones.

Con objeto de hacer más asequible el esquema propuesto a quienes no tienen la costumbre de utilizar las técnicas derivadas de las lógicas multivalentes, vamos a centrar la atención en un supuesto concreto cuya presencia en los medios deportivos es constante año tras año. Se trata de la necesidad de cubrir los once puestos de que consta un equipo de fútbol.

Es necesario evocar algunos aspectos como cuestión previa. Se trata de los siguientes:

a) Cada una de las "posiciones" de un equipo debe ser ocupada por un deportista, al cual se le solicitan unas determinadas cualidades, características o singularidades, a un cierto nivel.

b) Las características pueden ser distintas según el puesto que se analiza.

c) El nivel requerido para cada cualidad, característica o singularidad no tiene porqué ser el mismo para todas las "posiciones" de las que consta un equipo.

Hechas estas puntualizaciones, pasamos a enumerar las etapas del esquema sugerido:

La <u>1ª etapa</u> del camino propuesto consiste en elaborar el "perfil ideal" de cada posición en el equipo, de tal manera que si se consiguieran encontrar los once deportistas, cada uno de los cuales se identificara, en cuanto el nivel que posee de cada cualidad, característica o singularidad, con el perfil ideal del puesto que debe ocupar, se dispondría del mejor equipo del mundo, de acuerdo con unas reglas establecidas y con la estrategia del juego que se desea desarrollar.

La <u>2ª etapa</u> se inicia una vez que disponemos de los once perfiles ideales. Consiste en buscar, para cada posición del equipo, aquellos deportistas susceptibles de ocuparlo, los cuales pueden o no ser sometidos a ciertos requisitos previamente establecidos (condiciones económico-financieras asequibles u otros). En definitiva, pues, se dispondría, entonces, de un determinado número de deportistas para cada posición.

La <u>3ª etapa</u> consiste en establecer, a través de las referencias que se poseen y las pruebas, susceptibles de ser realizadas, el perfil concreto de cada uno de los deportistas que optan a cada una de las posiciones del equipo. De esta manera, para cada plaza, que como ha sido establecido en la primera etapa tiene siempre un perfil ideal, se dispone de tantos perfiles relativos a deportistas cómo jugadores opten a la respectiva posición de juego.

La 4ª etapa establece, a través de adecuadas técnicas, el grado de acercamiento entre los perfiles ideales para cada posición y el perfil de los deportistas que optan a ella. Aquel que se halla más próximo al ideal buscado para cada posición será el mejor situado en aras a prestar sus habilidades en el futuro equipo. Cuanto más lejos se halla el perfil del deportista del perfil ideal, menos adecuado resultará desde una perspectiva técnica. Se halla, así, un orden de preferencia entre los eventuales candidatos a ocupar cada uno de las posiciones del equipo.

Fijados ya los eslabones conducentes a la obtención de los resultados apetecidos, procede, ahora, poner de manifiesto la manera cómo realizar en la práctica el proceso descrito. Quizás uno de los aspectos que es necesario considerar, en primer término, hace referencia a la colaboración de personas entendidas en el tema, en definitiva "expertos" en el sentido más profundo, los cuales constituyen lo que en lenguaje coloquial se conoce como verdaderos profesionales. A través de ellos, se obtienen opiniones las cuales, aunque subjetivas, podrán poseer el suficiente grado de rigurosidad en su fundamentación.

El recurso a más de un experto y, cuando ello es posible a varios o muchos expertos, para realizar con sus opiniones las adecuadas agregaciones mediante las técnicas conocidas, tales como los expertones[3], debe permitir alcanzar un suficiente grado de objetividad, tan deseada para quienes deben adoptar decisiones en empresas e instituciones deportivas.

Antes de dar por acabado este epígrafe, consideramos conveniente realizar una puntualización en orden a la validez del camino propuesto. Creemos que se halla implícito en cuanto ha sido mencionado, que el proceso sugerido tiene como objetivo la "adquisición" de los servicios de un deportista para el futuro inmediato. Por tanto la asignación de niveles a sus capacidades se refiere al momento actual y previsiblemente para períodos próximos inmediatos. La estimación del grado en que cada deportista posee cada una de las cualidades, características o singularidades mediante valuaciones en números del segmento [0, 1], puede plantear ciertas reticencias en el momento de solicitar la opinión a los expertos. Como es suficientemente conocido, este problema puede ser paliado con la utilización de intervalos también en [0, 1] o cualquier número incierto que se considere adecuado.

Otro aspecto merece ser comentado. Las características, cualidades o singularidades anímicas e incluso físicas de un deportista en un momento o etapa determinada pueden sufrir modificaciones a corto, medio o largo plazo, una vez que se ha instalado en la nueva sociedad deportiva o club. Y ello, como consecuencia de causas tan diversas como la capacidad de aclimatación a un nuevo espacio geográfico, su inserción en nuevos grupos sociales, el encuentro con hábitos o costumbres distintos, diferente alimentación, influencia de nuevas amistades, etc. Surgen, así, ciertos aspectos, distintos de los habitualmente considerados importantes, como las condiciones físicas o técnicas que, creemos, van a adquirir, mirando siempre hacia el futuro, especial relevancia.

No se puede olvidar, aunque tan obvio como se quiera, que el éxito del esquema propuesto puede quedar comprometido en el supuesto de accidente, lesión grave o cualquier otro incidente susceptible de aparición brusca e inesperada. Pero esto se sitúa dentro de la "normalidad aceptada" y ocurriría, también, tanto si se considera como no el modelo propuesto. Se trata, pues, de otro problema, cuyo análisis merece una atención específica a través de otro estudio.

Descripción de las características, cualidades y singularidades

Con objeto de poner en evidencia los aspectos más prácticos del modelo propuesto, vamos a realizar una descripción de aquellas características, cualidades o singularidades que acostumbran a intervenir en la decisión de adquirir los servicios de un deportista por parte de una Sociedad Anónima Deportiva o de un Club Deportivo. Es evidente que la enumeración realizada no comprende la totalidad de "propiedades" deseadas a un deportista activo en los muchos deportes existentes. Se trata de una muestra, esto sí, con pretensiones de conseguir una cierta generalidad.

En nuestro intento, se han separado las distintas vertientes de la personalidad de un deportista en tres apartados. El primero de ellos recoge los aspectos inherentes a su persona y hábitos adquiridos en su formación, tanto en las escuelas como en el entorno familiar. El segundo se refiere a las condiciones resultantes tanto de su propia constitución física como de las adquiridas por su esfuerzo en los entrenamientos específicos. El tercero comprende los elementos técnicos, algunos de los cuales pueden considerarse innatos y otros, en cambio, adquiridos.

Pasamos a la enumeración:

1) Elementos psico-sociales

- Comportamiento ganador.
- Buena relación siempre en vestuario.
- Buenas relaciones con personas externas (familia, amigos, pareja, manager, ...).
- Nivel intelectual.
- Nivel cívico y cultural.
- Calidad de hábitos, hobbies y costumbres (vida sana y equilibrada).
- Fortaleza mental.
- Nivel de disciplina y seriedad.
- Capacidad de liderazgo.
- Grado de personalidad (impermeable a las influencias perniciosas).
- Facilidad de adaptación a la cultura del país.
- Adaptación al clima del país.
- Reconocimiento o fidelidad al club.

2) Elementos físicos

- Resistencia física al dolor (puede realizar su actividad aún con ciertas molestias).

- Fondo físico.
- Velocidad media.
- Nivel de aceleración.
- Fuerza y contundencia.
- Dureza de los huesos (nivel de calcio).
- Propensión a las enfermedades comunes (resfriados, gripes, ...).
- Potencia muscular.
- Nivel de recuperación después del esfuerzo.
- Rapidez en la aparición del cansancio.

3) Elementos técnicos

En este apartado resulta difícil reunir en un sólo grupo las diferentes posiciones existentes en un equipo. Por ello, y sólo a título indicativo, las vamos a separar en tres epígrafes: A: posiciones atacantes, D: posiciones defensivas, M: posiciones mixtas. Es evidente que algunas de las cualidades, características o singularidades pueden aparecer en más de un epígrafe.

A pesar de las dificultades que conlleva esta clasificación, nos hemos atrevido a una enumeración, en el bien entendido de que posee, únicamente, carácter indicativo.

1) Posiciones atacantes

- Velocidad sin balón.
- Velocidad con balón.
- Capacidad de superar el uno contra uno.

- Riesgo con éxito, en ataque.
- Manera de centrar rápido con pierna derecha.
- Manera de centrar rápido con pierna izquierda.
- Manera de centrar con balón parado.
- Potencia de tiro con pierna izquierda.
- Potencia de tiro con pierna derecha.
- Visión de juego.
- Capacidad técnica para aprovechar la visión de juego.
- Rapidez en desprenderse del balón.
- Potencial de cabeza.
- Técnica con pierna derecha.
- Técnica con pierna izquierda.
- Protección del balón.
- Trabajo en equipo.
- Tiro de faltas cerca del área.
- Tiro de faltas lejos del área.
- Juega para el equipo.
- Experiencia en el juego.
- Transmisión de tranquilidad.

- Carácter resolutivo

2) Posiciones defensivas

- Capacidad defensiva en uno contra uno.
- Contundencia en defensa.
- Riesgo con éxito en defensa.
- Recuperación de la posición por velocidad.
- Defiende limpiamente (no suele cometer faltas).
- Manera de centrar rápido con pierna derecha.
- Manera de centrar rápido con pierna izquierda.
- Manera de centrar con balón parado.
- Visión de juego.
- Rapidez en desprenderse del balón.
- Potencial de cabeza.
- Técnica con pierna derecha.
- Técnica con pierna izquierda.
- Protección del balón.
- Trabajo en equipo.
- Juega para el equipo.
- Experiencia en el juego.

- Transmisión de tranquilidad.

- Carácter resolutivo

3) Posiciones mixtas

- Manera de centrar rápido con pierna derecha.

- Manera de centrar rápido con pierna izquierda.

- Manera de centrar con balón parado.

- Visión de juego.

- Rapidez en desprenderse del balón.

- Potencial de cabeza.

- Técnica con pierna derecha.

- Técnica con pierna izquierda.

- Protección del balón.

- Trabajo en equipo.

- Juega para el equipo.

- Experiencia en el juego.

- Transmisión de tranquilidad.

- Carácter resolutivo

Repetimos, una vez más, que no se trata de unas relaciones exhaustivas sino de carácter puramente indicativo y, por tanto, susceptibles de modificación o complementación.

La representación del "perfil ideal" de un deportista

En el proceso descrito para la selección de un deportista, se ha puesto en evidencia que la primera etapa consiste en el establecimiento del perfil ideal.

Se puede indagar en diversos campos del conocimiento con el fin de encontrar un esquema capaz de representar formalmente este teórico deportista que reuniría en su persona todas las características, cualidades o singularidades requeridas para la "tarea" que se le va a encomendar. Y no sólo esto, sino que estos requisitos los tendrían precisamente en el grado, intensidad o nivel óptimo. Ni más, ni menos. Suponemos que esta "perla rara" no va a existir en el imperfecto mundo en el cual deambulamos. Pero si no es posible la perfección, conformémonos con aquello que más se le acerca. Y este es el objetivo básico de nuestro estudio.

Pues bien, después de algunos intentos tendentes a ensayar la incorporación de algunos aspectos tradicionalmente utilizados en la gestión de los recursos humanos, nos hemos decidido por sumergirnos en la teoría de los subconjuntos borrosos. Como es suficientemente conocido, esta teoría resulta especialmente eficaz, entre otros, cuando se trata de analizar fenómenos en los cuales el matiz juega un papel relevante.

Llegados a este punto, dirigiremos nuestra atención a la construcción de un descriptor del "deportista ideal" para un ámbito concreto de actuación. A este deportista lo designaremos con la letra mayúscula D. Supondremos que el número de características, cualidades o singularidades exigidas es igual a n, siendo n un número finito, las cuales formarán un conjunto C:

$$C = \{C_1, C_2, .., C_n\}$$

Cada uno de los elementos de este conjunto será extraído de las cualidades, características y singularidades detalladas en el epígrafe anterior.

Una vez escogidas las características, cualidades y singularidades relativas a la actividad a desarrollar por el deportista, se solicita la opinión de uno o varios expertos para que señalen el nivel óptimo que debería poseer el "deportista ideal". Con objeto de ayudar o ayudarles en el caso de más de un experto, a calificar numéricamente el nivel o grado de de cada característica, se recomienda utilizar una escala semántica endecadaria, tal como la siguiente:

1 : perfecto

0.9 : muy bueno

0.8 : bueno

0.7 : bastante bueno

0.6 : más bien bueno

0.5 : regular

0.4 : más bien malo

0.3 : bastante malo

0.2 : malo

0.1 : muy malo

0 : pésimo

Es evidente que la etiqueta lingüística colgada a cada número del segmento [0, 1] responde a un modelo tipo y, por tanto, no debe ser considerado como inmutable sino sujeto a los cambios pertinentes según los hábitos o costumbres de cada país y cada deporte.

Conviene, en este momento, hacer una observación importante. Es necesario distinguir entre cualidades, características o singularidades que no debe poseer el deportista y aquellas que no afectarán al rendimiento del deportista. Las primeras se consideran en el perfil ideal aunque se les asignará un nivel bajo (por ejemplo 0.2, 0.1, e incluso 0). Las segundas no serán incluidas entre los elementos escogidos al resultar indiferente que el deportista las posea, no las posea o las posea en un grado o nivel cualquiera. En la matemática borrosa, se acostumbran a expresar las valuaciones[4] representativas del nivel o grado, mediante la letra griega μ. Así para las características $C_1, C_2, .., C_n$, se establecerán unos niveles $\mu_1, \mu_2, .., \mu_n$ respectivamente. En general se escribe:

$$\mu_i \in [0, 1] ,$$

$$i = 1, 2, ..., n$$

De esta manera, el descriptor del deportista ideal puede ser presentado de la forma siguiente:

$$\underset{\sim}{D} = \begin{array}{ccccccc} & C_1 & C_2 & C_3 & & C_{n-1} & C_n \\ \cline{2-4}\cline{6-7} & \multicolumn{1}{|c|}{\mu_1} & \multicolumn{1}{c|}{\mu_2} & \multicolumn{1}{c|}{\mu_3} & \cdots & \multicolumn{1}{|c|}{\mu_{n-1}} & \multicolumn{1}{c|}{\mu_{n-1}} \\ \cline{2-4}\cline{6-7} \end{array}$$

El tilde que figura debajo de la letra D pone de manifiesto que el subconjunto es borroso, a diferencia de los subconjuntos booleanos (en éstos no se pone el tilde) en los cuales las cualidades, características o singularidades no admitirían matización. En este supuesto, se escribiría:

$$\mu_i \in \{0, 1\},$$

$$i = 1, 2, ..., n$$

en cuyo caso nos hallaríamos en un supuesto particular del anterior.

Con objeto de descender desde los aspectos teóricos a los más prácticos, vamos a ilustrar cuanto ha sido escrito hasta ahora con un ejemplo didáctico, evidentemente muy simplificado.

Supongamos que se trata de cubrir la posición de "centrocampista de ataque" en un equipo de fútbol. Según los expertos este puesto comporta un cierto perfil[5] compuesto de las siguientes cualidades, características y singularidades[6] :

a : buena complexión física

b : depurada técnica

c : juego de cabeza

d : buen regate

e : dureza en el juego

f : visión conjunta del juego

g : personalidad en el campo

h : compañerismo dentro del vestuario

i : vida de pareja estable

j : adaptación al ambiente ciudadano

Repetimos, una vez más, que no se trata de una relación exhaustiva y ni siquiera pretendemos que estos elementos sean los más significativos. Sólo se trata de un ejemplo.

Se pide, ahora, a los expertos que indiquen, para cada uno de los elementos del conjunto {a, b, c, ..., j}, el nivel óptimo para el deportista ideal. Suponemos que las respuestas han sido las siguientes:

$\mu_a = 0.5$, $\mu_b = 1$, $\mu_c = 0.8$, $\mu_d = 1$, $\mu_e = 0.3$

$\mu_f = 1$, $\mu_g = 0.9$, $\mu_h = 1$, $\mu_i = 0.7$, $\mu_j = 0.7$

Nos adelantamos a una posible objeción. Habrá algunos o muchos casos en los cuales lo ideal es que todas las cualidades, características o singularidades se hallen al máximo nivel. No existe problema alguno. Todas las μ_i , i = a, b, ..., j tendrían como valuación la unidad. Se trataría, entonces, de un caso particular. Del mismo modo, cuando las cualidades, características o singularidades se deben poseer unas y rotundamente no deben tenerse otras, las μ_i , i = a, b, ..., j tomaran valores 1 o bien 0 y el subconjunto será booleano y, por tanto, otro caso particular. Continuamos con nuestro ejemplo.

Con las informaciones recibidas nos hallamos en disposición de representar el subconjunto borroso que constituye el descriptor del deportista ideal, que, por ocupar la posición de centrocampista de ataque, se denominará D_{10}. Será, entonces:

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
$\underset{\sim}{D}_{10}$ =	0.5	1	0.8	1	0.3	1	0.9	1	0.7	0.7

Se ha cerrado, con ello, la primera etapa de nuestro modelo. Disponemos, así, de una información valiosa en relación al perfil ideal del deportista cuyos servicios se desean obtener.

Información sobre la existencia de deportistas

Una vez en posesión del perfil del "deportista ideal" para cada una de las posiciones que se desean cubrir, entramos en la 2ª etapa, la realización de la cual tiene peculiares exigencias en cuanto a su consecución.

En efecto, la etapa que podríamos denominar "búsqueda de deportistas" comporta un amplio conocimiento de lo que se conoce, quizás de manera impropia, como "mercado de deportistas". Aunque aquí pasaremos algo superficialmente sobre este aspecto del tema, queremos dejar constancia de la enorme importancia, hasta diríamos fundamental importancia, que tiene en el intento de alcanzar los resultados apetecidos.

Las fuentes desde donde fluyen las informaciones hasta las sociedades o clubes relativas a los deportistas que luego van a formar el o los equipos son, desde una perspectiva general, las siguientes:

1) La cantera del propio club.

2) Las canteras de otros clubes o asociaciones.

3) Los representantes e intermediarios.

4) Los órganos creados a estos efectos por el mismo club.

Existen muchos clubes deportivos y sociedades anónimas deportivas que tradicionalmente han cuidado la cantera como fuente de futuros deportistas. Constituye una actividad que posee a la vez un componente social y un componente mercantil. Los clubes y sociedades anónimas deportivas conocen muy bien el elevado coste que supone mantener un centro de formación, consecuencia tanto de las inversiones necesarias como de los gastos de mantenimiento. Pero la posibilidad de que, a largo plazo, surjan deportistas de élite para la propia institución o para el traspaso a otras instituciones y, en todo caso, la prestación de un servicio a la comunidad, encauzando a la juventud hacia una vida sana, proporcionándole una buena formación y unos conocimientos escolares a distintos niveles, son una bandera que reivindica el aspecto humanista del deporte.

Cuestión aparte merece el aprovechamiento de las canteras de otros clubes e instituciones educativo-deportivas, para reclutar deportistas de élite. Si bien el coste de formación es soportado por la entidad que realiza la formación, ésta se ve recompensada por la cuantía del traspaso. Estas cantidades pueden ir destinadas alternativa o parcialmente a la adquisición de los servicios de un deportista externo que cubra el vacío dejado por el canterano y/o a sufragar los costes de mantenimiento de la cantera. Recurrir a esta fuente puede, en ciertas ocasiones, crear tensiones entre sociedades y/o clubes, sobre todo cuando el traspaso tiene lugar sin la aquiescencia de ambas instituciones y sólo se produce con el consentimiento mutuo de deportista y club adquiriente. Aunque resulta relativamente asequible una información sobre los hipotéticos deportistas de élite del futuro, cuando los clubes de formación radican en el propio país, ya no lo es tanto cuando pertenecen a otros países, muchas veces muy alejados geográficamente del de destino. Y, sin embargo, cada vez resulta más habitual la incorporación de futuros cracks de nacionalidades diversas en los clubes de élite. En este sentido, la creación de un departamento a una sección técnica en la estructura orgánica de las sociedades anónimas deportivas y clubes deportivos parece una necesidad sentida por estas instituciones que, bien llevada, podría resultar altamente rentable, en términos humanos (mejor adaptación del deportista) y económicos (menores costes globales derivados de la inversión y del mantenimiento del deportista en actividad).

La figura del intermediario y/o representante de deportistas se ha convertido, con el devenir de los acontecimientos, en un personaje omnipresente en el "mercado de deportistas". No entra dentro de nuestros objetivos, en esta ocasión, enjuiciar la labor de estos profesionales cuyos servicios, en muchas circunstancias, han sido muy valiosos para los clubes. Las variadas funciones que desempeñan, impiden una nítida ubicación dentro del variopinto panorama laboral. Sus actuaciones <u>oficiales</u> exigen un aval económico ante las autoridades furbolísticas europeas, UEFA. Poseen una gran capacidad de negociación, sustentada por unos conocimientos deportivos remarcables y por una buena red de conexiones, formadas por colaboradores-informadores. Acostumbran a realizar una labor de promoción de jóvenes valores con los cuales establecen contratos que les confieren la exclusividad para las transacciones relativas a su traspaso de una institución deportiva a otra. Su relación con las sociedades anónimas deportivas o clubes deportivos tiene una doble vertiente. Unas veces estas instituciones deportivas se dirigen a ellos para recabar los servicios de un deportista específico, con nombres y apellidos, mientras que en otras ocasiones es el propio intermediario y/o representante quien ofrece la posibilidad de la contratación. Las condiciones económicas acostumbran a ser distintas en uno y otro supuesto. Este medio de contratación es, hoy por hoy, el más utilizado, por lo menos en el contexto europeo.

Una última fuente de información para la consecución de los servicios de un deportista proviene de los propios órganos de las instituciones deportivas interesadas. Desde hace ya muchos años las sociedades y clubes importantes disponen de "ojeadores", es decir de personas pertenecientes a su nómina dedicadas a viajar, ver videos e informarse del desarrollo de las actividades de deportistas en los países con tradición en el deporte específico o en los países emergentes.

Establecimiento de los perfiles de los deportistas candidatos

Sea cual fuere la fuente de información, en un determinado momento la sociedad o club tiene encima de su mesa un número evidentemente finito de deportistas susceptibles de optar a un puesto concreto del equipo, en nuestro ejemplo “centrocampista de ataque”, designado por D_{10}.

Veamos, en primer lugar, la formulación general, para pasar luego a continuar con nuestro caso.

A cada uno de los m candidatos (siendo m el número finito de deportistas) se le supone en posesión de las “propiedades” requeridas, pero, y esto es importante, a un cierto nivel en cada una de ellas. Es precisamente esta circunstancia la que aconseja la utilización de subconjuntos borrosos en lugar de subconjuntos booleanos.

Se inicia, entonces, una de las tareas clave para el éxito del proceso que proponemos: la asignación, a cada deportista, de niveles para cada una de las cualidades, características y singularidades. A estos efectos, los “expertos” deben tener un conocimiento profundo del deportista objeto de calificación. Y ello a través de un seguimiento anterior, la visualización de videos, la consulta con otros expertos, etc. La profesionalidad y honestidad devienen, ahora, fundamentales. En todo caso, el trabajo de este grupo humano debe desembocar en la representación de los perfiles de cada deportista, candidato al puesto, mediante un subconjunto borroso. Se tendría, en un supuesto general:

$$\begin{array}{cccccc} & C_1 & C_2 & C_3 & & C_n \\ \underset{\sim}{P}_j = & \boxed{\mu_1^{(j)}} & \boxed{\mu_2^{(j)}} & \boxed{\mu_3^{(j)}} & \ldots & \boxed{\mu_n^{(j)}} \end{array}$$

$$j = 1, 2, ..., m$$

en donde $\mu_i^{(j)} \in [0, 1]$ representa el nivel de la cualidad, característica o singularidad i, i = 1, 2, ..., n poseída por el deportista candidato j, j = 1, 2, ..., m.

Continuemos con nuestro ejemplo. Para ello vamos a suponer que, reunidas todas las informaciones, se ha centrado finalmente la atención en 5 deportistas, todos ellos capaces de realizar, con un cierto éxito, su labor en la posición demandada.

Los expertos se ponen de acuerdo en asignar a cada deportista[7] un nivel en [0, 1] para la totalidad de las características, cualidades y singularidades a, b, c, ..., j. Así:

Para el deportista A:

$\mu_a^{(A)} = 0.7$, $\mu_b^{(A)} = 0.8$, $\mu_c^{(A)} = 0.4$, $\mu_d^{(A)} = 0.9$, $\mu_e^{(A)} = 0.8$

$\mu_f^{(A)} = 0.5$, $\mu_g^{(A)} = 0.6$, $\mu_h^{(A)} = 0.6$, $\mu_i^{(A)} = 0.7$, $\mu_j^{(A)} = 0.6$

Para el deportista B:

$\mu_a^{(B)} = 0.4$, $\mu_b^{(B)} = 0.9$, $\mu_c^{(B)} = 0.6$, $\mu_d^{(B)} = 0.7$, $\mu_e^{(B)} = 0.2$

$\mu_f^{(B)} = 0.9$, $\mu_g^{(B)} = 0.7$, $\mu_h^{(B)} = 0.8$, $\mu_i^{(B)} = 0.6$, $\mu_j^{(B)} = 0.4$

Para el deportista C:

$\mu_a^{(C)} = 0.8$, $\mu_b^{(C)} = 1$, $\mu_c^{(C)} = 0.9$, $\mu_d^{(C)} = 0.6$, $\mu_e^{(C)} = 0.9$

$\mu_f^{(C)} = 0.7$, $\mu_g^{(C)} = 0.4$, $\mu_h^{(C)} = 0.6$, $\mu_i^{(C)} = 0.8$, $\mu_j^{(C)} = 0.9$

Para el deportista D:

$\mu_a^{(D)} = 0.5$, $\mu_b^{(D)} = 0.9$, $\mu_c^{(D)} = 0.7$, $\mu_d^{(D)} = 0.4$, $\mu_e^{(D)} = 0.5$

$\mu_f^{(D)} = 0.6$, $\mu_g^{(D)} = 0.9$, $\mu_h^{(D)} = 0.5$, $\mu_i^{(D)} = 0.3$, $\mu_j^{(D)} = 0.8$

Para el deportista E:

$\mu_a^{(E)} = 1$, $\mu_b^{(E)} = 0.4$, $\mu_c^{(E)} = 0.6$, $\mu_d^{(E)} = 0.8$, $\mu_e^{(E)} = 0.7$

$\mu_f^{(E)} = 0.4$, $\mu_g^{(E)} = 0.6$, $\mu_h^{(E)} = 0.7$, $\mu_i^{(E)} = 1$, $\mu_j^{(E)} = 0.5$

Los subconjuntos borrosos que describen las capacidades de cada uno de ellos serán, pues, (se trata, evidentemente, de un ejemplo con números escogidos arbitrariamente) los que a continuación se detallan:

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
$\underset{\sim}{A} =$	.7	.8	.4	.9	.8	.5	.6	.6	.7	.6

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
$\underset{\sim}{B} =$	.4	.9	.6	.7	.2	.9	.7	.8	.6	.4

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
$\underset{\sim}{C} =$	.8	1	.9	.6	.9	.7	.4	.6	.8	.9

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
$\underset{\sim}{D} =$	.5	.9	.7	.4	.5	.6	.9	.5	.3	.8

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
$\underset{\sim}{E} =$	1	.4	.6	.8	.7	.4	.6	.7	1	.5

Cada uno de estos subconjuntos borrosos describe al correspondiente deportista a partir de sus “propiedades”. Llamamos la atención sobre el importante avance que significa el empleo de una técnica amparada en el “principio de la simultaneidad gradual”[8] en relación con la tradicional utilización del álgebra de Boole, escrupulosa seguidora del “principio del tercio excluso”[9]. En efecto, la utilización de subconjuntos booleanos sólo permitiría conocer si cada deportista posee (un uno) una característica, cualidad o particularidad o no la posee (un cero). La matización, fundamental para el problema que tratamos, desaparecería, al recoger la función característica de pertenencia sus valores en el conjunto {0, 1} en lugar de hacerlo en el segmento [0, 1].

La toma de decisiones

Una primera aproximación al proceso óptimo de decisión

Una vez conocidas las anteriores informaciones, nos hallamos en disposición de introducirnos en la última fase del proceso, cuyo carácter es fundamentalmente técnico. Se trata de establecer un orden de prelación entre los deportistas candidatos desde el más adecuado para la posición en el equipo, hasta el menos idóneo. De conseguir este objetivo sabremos cuál es el deportista al que debe prestarse una atención preferente para obtener sus servicios, cuál ocupa el segundo, tercero y lugares sucesivos.

Entre los varios instrumentos ofrecidos por las modernas técnicas operativas de gestión hemos escogido, en primer lugar, una de ellos sustentado en la noción de "distancia".

El concepto de distancia expresa, en cierto modo, el grado de "alejamiento" existente entre dos objetos físicos o mentales. En nuestro caso, reflejará el alejamiento entre el perfil ideal (deportista ideal) y el perfil que describe a cada uno de los deportistas candidatos. Se pueden hallar, así, tantas distancias como deportistas opten al puesto en el equipo que se desea cubrir[10].

Es posible definir una práctica infinidad de distancias. Para ello basta que cumplan las condiciones que se enumeran a continuación[11].

Llamemos d (x, y), d (x, z) y d (y, z) a las distancias entre x e y, entre x y z y entre y y z, respectivamente. Se exige:

1) $d(x, y) \geq 0$

2) $d(x, y) = d(y, x)$

3) si $x = y \Rightarrow d(x, y) = 0$

4) $\bigwedge_{y}$ d (x, y) $*$ d (y, z) $\geq$ d (x, z), en donde $*$ es un operador distributivo con $\wedge$ (mínimo).

Entre las distancias más utilizadas se acostumbran a citar la distancia de Hamming y la distancia de Euclides, así como la distancia de Minkowski, que las generaliza.

Empezaremos por la distancia de Hamming. La distancia absoluta de Hamming entre dos subconjuntos borrosos D y P_j:

$$\begin{array}{cccccc} & C_1 & C_2 & C_3 & & C_n \\ \underset{\sim}{D} = & \boxed{\mu_1} & \boxed{\mu_2} & \boxed{\mu_3} & \ldots & \boxed{\mu_n} \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccc} & C_1 & C_2 & C_3 & & C_n \\ \underset{\sim}{P}_j = & \boxed{\mu_1^{(j)}} & \boxed{\mu_2^{(j)}} & \boxed{\mu_3^{(j)}} & \ldots & \boxed{\mu_n^{(j)}} \end{array}$$

es la siguiente:

$$d\,(D, P_j) = \sum_{i=1}^{n} |\mu_1 - \mu_1^{(j)}| = |\mu_1 - \mu_1^{(j)}| + |\mu_2 - \mu_2^{(j)}| + \ldots + |\mu_n - \mu_n^{(j)}|$$

Para la realización de comparaciones se acostumbra a emplear la llamada "distancia relativa de Hamming". Su obtención es sencilla. Basta dividir la distancia absoluta por el número de características, cualidades o singularidades, en nuestro caso n. Será entonces:,

$$\delta\,(D, P_j) = \frac{1}{n}\,.\,d\,(D, P_j) = 1/n\sum_{i=1}^{n} |\mu_i - \mu_i^{(j)}| = \frac{1}{n}\,(|\mu_1 - \mu_1^{(j)}| + |\mu_2 - \mu_2^{(j)}| + \ldots + |\mu_n - \mu_n^{(j)}|)$$

Entre las cualidades más apreciadas en las distancias de Hamming destaca su gran sencillez y facilidad de cálculo que la hacen muy operativa.

La distancia euclídea entre dos subconjuntos borrosos D y P_j se expresa en términos absolutos de la siguiente manera:

$$E(D, P_j) = \left(\sum_{i=1}^{n} (\mu_i - \mu_i^{(j)})^2\right)^{1/2}$$

y en términos relativos:

$$\varepsilon(D, P_j) = \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} (\mu_i - \mu_i^{(j)})^2\right)^{1/2} = \frac{1}{n}\sqrt{\left(\mu_1 - \mu_1^{(j)}\right)^2 + \left(\mu_2 - \mu_2^{(j)}\right)^2 + \ldots + \left(\mu_n - \mu_n^{(j)}\right)^2}$$

Minkowski formuló una distancia generalizadora que puede expresarse, en términos absolutos:

$$N(D, P_j) = \left(\sum_{i=1}^{n} |\mu_i - \mu_i^{(j)}|^{\lambda}\right)^{1/\lambda}$$

y de manera relativa:

$$\upsilon(D, P_j) = \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} |\mu_i - \mu_i^{(j)}|^{\lambda}\right)^{1/\lambda} = \frac{1}{n}\sqrt[\lambda]{\left|\mu_1 - \mu_1^{(j)}\right|^{\lambda} + \left|\mu_2 - \mu_2^{(j)}\right|^{\lambda} + \ldots + \left|\mu_n - \mu_n^{(j)}\right|^{\lambda}}$$

para $\lambda \in \mathbf{N}$

$\mathbf{N}$ = enteros positivos

Se observa que al dar a λ el valor 1 nos encontramos con las distancias de Hamming y al asignarle el valor 2 ante las distancias de Euclides.

La práctica aconseja normalmente el empleo de la distancia relativa de Hamming. Lo haremos así nosotros, en el bien entendido que es posible, e incluso deseable, utilizar cualquier otra cuando las circunstancias concretas lo exijan.

Volvamos a nuestro caso concreto en el que utilizaremos la distancia de Hamming. Las respectivas distancias relativas de Hamming son:

$\delta\ (\mathtt{D}_{10},\ \mathtt{A}) = \frac{1}{10}\ (|.5\ -.7|+|1\ -.8|+|.8\ -.4|+|1\ -.9|+|.3\ -.8|+|1\ -.5|+|.9\ -.6|+$

$|1\ -.6|+|.7\ -.7|+|.7\ -.6|) = \frac{2.7}{10} = 0.27$

$\delta\ (\mathtt{D}_{10},\ \mathtt{B}) = \frac{1}{10}\ (|.5\ -.4|+|1\ -.9|+|.8\ -.6|+|1\ -.7|+|.3\ -.2|+|1\ -.9|+|.9\ -.7|+$

$|1\ -.8|+|.7\ -.6|+|.7\ -.4|) = \frac{1.7}{10} = 0.17$

$\delta\ (\mathtt{D}_{10},\ \mathtt{C}) = \frac{1}{10}\ (|.5\ -.8|+|1\ -\ 1|+|.8\ -.9|+|1\ -.6|+|.3\ -.9|+|1\ -.7|+|.9\ -.4|+$

$|1\ -.6|+|.7\ -.8|+|.7\ -.9|) = \frac{2.9}{10} = 0.29$

$\delta\ (\mathtt{D}_{10},\ \mathtt{D}) = \frac{1}{10}\ (|.5\ -.5|+|1\ -.9|+|.8\ -.7|+|1\ -.4|+|.3\ -.5|+|1\ -.6|+|.9\ -.9|+$

$|1\ -.5|+|.7\ -.3|+|.7\ -.8|) = \frac{2.4}{10} = 0.24$

$\delta\ (\mathtt{D}_{10},\ \mathtt{E}) = \frac{1}{10}\ (|.5\ -\ 1|+|1\ -.4|+|.8\ -.6|+|1\ -.8|+|.3\ -.7|+|1\ -.4|+|.9\ -.6|+$

$|1\ -.7|+|.7\ -\ 1|+|.7\ -.5|) = \frac{3.6}{10} = 0.36$

Halladas las distancias entre el perfil ideal y los perfiles de cada uno de los deportistas, nos encontramos en disposición de establecer un orden entre ellos.

En efecto, si la distancia expresa el grado de alejamiento, en este caso del deportista "perfecto", cuanto mayor sea la distancia, menos interesante resultará el deportista estudiado. Resulta, así, en nuestro ejemplo:

$$\delta\ (\mathtt{D}_{10}, \mathtt{B}) < \delta\ (\mathtt{D}_{10}, \mathtt{D}) < \delta\ (\mathtt{D}_{10}, \mathtt{A}) < \delta\ (\mathtt{D}_{10}, \mathtt{C}) < \delta\ (\mathtt{D}_{10}, \mathtt{E})$$

Siguiendo este criterio, pues, deberá intentarse, en primer lugar, conseguir los servicios del deportista B. Si ello no fuera posible los de D. Luego, sucesivamente los de A y C, para dejar como última alternativa al deportista E.

El supuesto en que las propiedades exigidas no tienen igual importancia

Hasta ahora hemos admitido, implícitamente, que todas las características, cualidades o singularidades tenían el mismo interés. Se trata, evidentemente, de una restricción que nos aleja, creemos demasiado, de la realidad. Parece sensato, pues, pensar en una diferente estimación de las "propiedades" exigidas a este soñado deportista ideal.

Se impone, entonces, hacer patente este distinto interés que suscitan las características, cualidades o singularidades. Para ello proponemos asignar un peso diferente a cada una de ellas, tanto mayor cuanto más grande sea su importancia. Estos pesos pueden tomar la forma de coeficientes multiplicadores, que proponemos escoger dentro del intervalo [0, 1], de tal manera que a la característica, cualidad o singularidad más imprescindible se le establecerá un peso igual o muy cercano a la unidad. A medida que el interés decrece, el valor asignado se alejará más de 1 y se acercará, por tanto, a 0. Designaremos estos coeficientes por w_i, i = 1, 2, ..., n. Se establecerán, entonces, tantas w_i como características, cualidades o singularidades se tengan en cuenta para la elección. Parece lógico pensar que es el equipo técnico y concretamente el director técnico o entrenador quien debe tomar la responsabilidad de cuantificar estos coeficientes.

Pasemos, seguidamente, a insertar estos coeficientes en el esquema propuesto en el epígrafe anterior. Sugerimos, para ello, la utilización de una ponderación convexa. Se consigue, así, mantenernos dentro del segmento [0, 1]. Para ello basta dividir cada valor w_i, i = 1, 2, ..., n por su suma. Se halla, entonces:

$$v_1 = \frac{w_1}{\sum_{i=1}^{n} w_i} \quad , \quad v_2 = \frac{w_2}{\sum_{i=1}^{n} w_i} \quad , \ldots, \quad v_n = \frac{w_n}{\sum_{i=1}^{n} w_i}$$

De esta manera, la distancia relativa de Hamming δ (D, P_i) sería sustituida por la expresión:

$$\pi(D, P_i) = \sum_{i=1}^{n} v_i \, . \left| \mu_i - \mu_i^{(j)} \right| = v_1 \, . \left| \mu_1 - \mu_1^{(j)} \right| + v_2 \, . \left| \mu_2 - \mu_2^{(j)} \right| + \ldots + v_n \, . \left| \mu_n - \mu_n^{(j)} \right|$$

$$j = 1, 2, \ldots, m$$

Veamos lo que sucede cuando utilizamos esta fórmula en nuestro ejemplo numérico. Supongamos los siguientes valores suministrados por el equipo técnico.

- Buena complexión física : $w_a = 0.2$
- Depurada técnica : $w_b = 1$
- Juego de cabeza : $w_c = 0.6$
- Buen regate : $w_d = 0.9$
- Dureza en el juego : $w_e = 0.3$
- Visión conjunta del juego : $w_f = 0.8$
- Personalidad en el campo : $w_g = 0.6$
- Compañerismo dentro del vestuario : $w_h = 0.7$
- Vida de pareja estable : $w_i = 0.5$
- Adaptación al ambiente ciudadano : $w_i = 0.8$

A partir de estas informaciones iniciales se obtienen las v_j, j = 1, 2, ..., n, a partir de:

$$\sum_{i=1}^{n} w_i = 6.4$$

Se tiene:

$$v_a = \frac{0.2}{6.4} = 0.031 \ , \ \ v_b = \frac{1}{6.4} = 0.156 \ , \ \ v_c = \frac{0.6}{6.4} = 0.094 \ , \ \ v_d = \frac{0.9}{6.4} = 0.141$$

$$v_e = \frac{0.3}{6.4} = 0.047 \ , \ \ v_f = \frac{0.8}{6.4} = 0.125 \ , \ \ v_g = \frac{0.6}{6.4} = 0.094 \ , \ \ v_h = \frac{0.7}{6.4} = 0.109$$

$$v_i = \frac{0.5}{6.4} = 0.078 \ , \ \ v_j = \frac{0.8}{6.4} = 0.125$$

Hallemos, ahora, los nuevos índices π (D, P_i), i = 1, 2, ..., n para nuestro supuesto concreto.

$\pi(D_{10}, A) = 0.031.\left| .5 - .7 \right| + 0.156.\left| 1 - .8 \right| + 0.094.\left| .8 - .4 \right| + 0.141.\left| 1 - .9 \right| +$

$0.047.|.3-.8| + 0.125.|1-.5| + 0.094.|.9-.6| + 0.109.|1-.6| +$

$0.078.|.7-.7| + 0.125.|.7-.6| = 0.259$

$\pi\,(D_{10}\,,B) = 0.031.|.5-.4| + 0.156.|1-.9| + 0.094.|.8-.6| + 0.141.|1-.7| +$

$0.047.|.3-.2| + 0.125.|1-.9| + 0.094.|.9-.7| + 0.109.|1-.8| +$

$0.078.|.7-.6| + 0.125.|.7-.4| = 0.183$

$\pi\,(D_{10}\,,C) = 0.031.|.5-.8| + 0.156.|1-1| + 0.094.|.8-.9| + 0.141.|1-.6| +$

$0.047.|.3-.9| + 0.125.|1-.7| + 0.094.|.9-.4| + 0.109.|1-.6| +$

$0.078.|.7-.8| + 0.125.|.7-.9| = 0.264$

$\pi\,(D_{10}\,,D) = 0.031.|.5-.5| + 0.156.|1-.9| + 0.094.|.8-.7| + 0.141.|1-.4| + |\,0.047.|.3-.5| +$
$0.125.|1-.6| + 0.094.|.9-.9| + 0.109.|1-.5| +$

$0.078.|.7-.3| + 0.125.|.7-.8| = 0.267$

$\pi\,(D_{10}\,,E) = 0.031.|.5-1| + 0.156.|1-.4| + 0.094.|.8-.6| + 0.141.|1-.8| +$

$0.047.|.3-.7| + 0.125.|1-.4| + 0.094.|.9-.6| + 0.109.|1-.7| +$

$0.078.|.7-1| + 0.125.|.7-.5| = 0.359$

En estos resultados se observa que, aun cuando el deportista más próximo al ideal continúa siendo el mismo, B, el orden cambia al resultar, siguiendo este esquema:

$$\pi\,(D_{10}\,,B) < \pi\,(D_{10}\,,A) < \pi\,(D_{10}\,,C) < \pi\,(D_{10}\,,D) < \pi\,(D_{10}\,,E)$$

Mostrados, como hemos hecho, estos caminos, creemos llegado el momento de poner en evidencia la base fundamental sobre la cual éstos se asientan. En este sentido cabe recordar que, hasta ahora, el "operador" utilizado para la ordenación ha partido de la noción de distancia. Pero, como es conocido, en ella subyace la sentencia siguiente: "se castiga de la misma manera no llegar al nivel exigido en cada característica, cualidad o singularidad, que sobrepasarlo". En cambio, las exigencias, en ciertas ocasiones, no permiten aceptar este principio.

El recurso al coeficiente de adecuación

Aparece con cierta frecuencia un supuesto en el cual, cuando del estudio de las aptitudes se deduce que éstas sobrepasan los niveles exigidos, no constituye una circunstancia desfavorable, aunque tampoco sea favorable. En otras palabras, si bien conviene realizar una penalización cuando para una característica, cualidad o singularidad no se alcanza el nivel requerido, no se debe premiar ni castigar su superación.

Resulta evidente la inconveniencia de usar, en este caso, los procesos basados, directa o indirectamente, en el concepto de distancia. Con objeto de dar una solución a este planteamiento los profesores Kaufmann y Gil Aluja[12] propusieron la utilización del llamado "coeficiente de adecuación".

Veamos como se construye un coeficiente de adecuación de un deportista P_j, j = 1, 2, ..., m a un puesto del equipo D cuando se exigen las características, cualidades o singularidades C_i, i = 1, 2, ..., n.

Tal como hemos hecho anteriormente, designaremos mediante $\mu_i^{(j)}$ el nivel que se posee de la característica, cualidad o singularidad C_i por parte del candidato P_j. Y, ahora, se representará por $\mu_i^{(d)}$ el nivel ideal que se demanda para esta misma característica, cualidad o singularidad C_i, en la posición D. Pues bien,

$$\text{Si}: \mu_i^{(j)} \geq \mu_i^{(d)} \quad , \quad i = C_1, C_2, ..., C_n$$
$$j = P_1, P_2, ..., P_m$$

entonces se hará: $k_i\,(j \rightarrow d) = 1$

$$\text{Si}: \mu_i^{(j)} < \mu_i^{(d)} \quad , \quad i = C_1, C_2, ..., C_n$$
$$j = P_1, P_2, ..., P_m$$

se establecerá que : $k_i\,(j \rightarrow d) = 1 - \mu_i^{(d)} + \mu_i^{(j)}$

Las dos situaciones presentadas son susceptibles de ser representadas mediante una única expresión:

$$k_i\,(j \to d) = 1 \wedge (1 - \mu_i^{(d)} + \mu_i^{(j)}),$$

$$i = C_1, C_2\,, ..., C_n$$

$$j = P_1, P_2, ..., P_m$$

Finalmente, se obtiene el coeficiente de adecuación $k\,(j \to d)$ relativo a un deportista P_j, sumando las $k_i\,(j \to d)$, $i = 1, 2, ..., n$ y dividiendo la suma por n, número de características, cualidades y singularidades, hallando, así, un número en [0, 1]. Se escribe:

$$k\,(j \to d) = \frac{1}{n}.\sum_{i=1}^{n} k_i\,(j \to d) = \frac{1}{n}.\sum_{i=1}^{n} [1 \wedge (1 - \mu_i^{(d)} + \mu_i^{(j)})],$$

$$j = P_1, P_2, ..., P_m$$

Si se deseara resaltar la característica más destacada del coeficiente de adecuación, no dudaríamos en señalar el hecho de que éste no tiene en cuenta las características, cualidades y singularidades "suplementarias" a las exigidas al deportista. Por otro lado, también cabe adscribir a este índice la siguiente frase: "el que es capaz de mucho es asimismo capaz de menos" (aunque no por ello lo hará mejor).

Pasemos a utilizar el coeficiente de adecuación a nuestro reiterado caso en el que debe cubrirse la posición D_{10} y se han conseguido 5 deportistas candidatos al puesto, A, B, C, D y E. Reproducimos, a continuación los subconjuntos borrosos que describen al "deportista ideal" y a los deportistas candidatos, con objeto de tenerlos a la vista para los correspondientes cálculos.

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
$\underset{\sim}{D}_{10} =$	.5	1	.8	1	.3	1	.9	1	.7	.7

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
$\underset{\sim}{A} =$	.7	.8	.4	.9	.8	.5	.6	.6	.7	.6

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
$\underset{\sim}{B} =$	.4	.9	.6	.7	.2	.9	.7	.8	.6	.4

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
$\underset{\sim}{C} =$	.8	1	.9	.6	.9	.7	.4	.6	.8	.9

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
$\underset{\sim}{D} =$	.5	.9	.7	.4	.5	.6	.9	.5	.3	.8

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
$\underset{\sim}{E} =$	1	.4	.6	.8	.7	.4	.6	.7	1	.5

Empezamos calculando $k\ (A \rightarrow D_{10})$ a partir de $k_a\ (A \rightarrow D_{10})$, $k_b\ (A \rightarrow D_{10})$, ..., $k_j\ (A \rightarrow D_{10})$. Se halla:

$k_a\ (A \rightarrow D_{10}) = 1 \wedge (1 - 0.5 + 0.7) = 1$ $\quad k_f\ (A \rightarrow D_{10}) = 1 \wedge (1 - 1 + 0.5) = 0.5$

$k_b\ (A \rightarrow D_{10}) = 1 \wedge (1 - 1 + 0.8) = 0.8$ $\quad k_g\ (A \rightarrow D_{10}) = 1 \wedge (1 - 0.9 + 0.6) = 0.7$

$k_c\ (A \rightarrow D_{10}) = 1 \wedge (1 - 0.8 + 0.4) = 0.6$ $\quad k_h\ (A \rightarrow D_{10}) = 1 \wedge (1 - 1 + 0.6) = 0.6$

$k_d\ (A \rightarrow D_{10}) = 1 \wedge (1 - 1 + 0.9) = 0.9$ $\quad k_i\ (A \rightarrow D_{10}) = 1 \wedge (1 - 0.7 + 0.7) = 1$

$k_e\ (A \rightarrow D_{10}) = 1 \wedge (1 - 0.3 + 0.8) = 1$ $\quad k_j\ (A \rightarrow D_{10}) = 1 \wedge (1 - 0.7 + 0.6) = 0.9$

y, por tanto:

$$k\,(A \rightarrow D_{10}) = 1/10\,(1 + 0.8 + 0.6 + 0.9 + 1 + 0.5 + 0.7 + 0.6 + 1 + 0.9) = \frac{8}{10} = 0.80$$

Proporcionamos los resultados de los coeficientes relativos a los deportistas B, C, D y E. Son:

$$k\,(B \rightarrow D_{10}) = 1/10\,(0.9 + 0.9 + 0.8 + 0.7 + 0.9 + 0.9 + 0.8 + 0.8 + 0.9 + 0.7) = \frac{8.3}{10} = 0.83$$

$$k\,(C \rightarrow D_{10}) = 1/10\,(1 + 1 + 1 + 0.6 + 1 + 0.7 + 0.5 + 0.6 + 1 + 1) = \frac{8.4}{10} = 0.84$$

$$k\,(D \rightarrow D_{10}) = 1/10\,(1 + 0.9 + 0.9 + 0.4 + 1 + 0.6 + 1 + 0.5 + 0.6 + 1) = \frac{7.9}{10} = 0.79$$

$$k\,(E \rightarrow D_{10}) = 1/10\,(1 + 0.4 + 0.8 + 0.8 + 1 + 0.4 + 0.7 + 0.7 + 1 + 0.8) = \frac{7.6}{10} = 0.76$$

El establecimiento del orden tiene lugar cuando se emplea el coeficiente de adecuación, de mayor a menor. Surge, entonces, una prelación en las preferencias por un deportista diferente a las halladas anteriormente. Se obtiene:

$$k\,(C \rightarrow D_{10}) > k\,(B \rightarrow D_{10}) > k\,(A \rightarrow D_{10}) > k\,(D \rightarrow D_{10}) > k\,(E \rightarrow D_{10})$$

El orden según este criterio[13] es, entonces, C, B, A, D, E.

El supuesto de exigencia del máximo nivel

Una vez estudiados estos caminos, los cuales nos han llevado a resultados no coincidentes como consecuencia evidente de la adopción de hipótesis de partida distintas, podemos plantear aquel caso particular, no poco frecuente, en donde el perfil ideal del puesto a ocupar en el equipo viene representado por un subconjunto borroso, cuyo valor de la función característica de pertenencia es, para todas las características, cualidades y particularidades, la unidad. Nos apartamos de esta manera tanto de los supuestos informantes de la noción de distancia (tan malo es no llegar como sobrepasar el nivel requerido), como del coeficiente de adecuación (se penaliza no llegar al nivel exigido pero ni se premia ni se castiga el sobrepasarlo). Nos situamos, en esta ocasión, en el caso habitual en que se penaliza progresivamente el alejamiento de la posición de <u>máximas</u> facultades en todas y cada una de las características, cualidades y singularidades, y por tanto la separación del valor 1. Es como si el "perfil ideal" fuera el del deportista superdotado que posee "todas" las propiedades al máximo nivel.

El descriptor de referencia vendrá dado por el subconjunto borroso siguiente:

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5		C_n
$\underset{\sim}{D}$ =	1	1	1	1	1	…	1

Veamos cuál sería, ahora, el resultado partiendo de los mismos subconjuntos borrosos que describen a los 5 deportistas candidatos de nuestros anteriores ejemplos, si se utilizan sucesivamente la noción de distancia (sin asignar pesos a las características, cualidades y singularidades) y el coeficiente de adecuación (asimismo sin asignación de pesos).

Reproducimos de nuevo los descriptores:

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
$\underset{\sim}{A}$ =	.7	.8	.4	.9	.8	.5	.6	.6	.7	.6

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
$\underset{\sim}{B}$ =	.4	.9	.6	.7	.2	.9	.7	.8	.6	.4

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
$\underset{\sim}{C}$ =	.8	1	.9	.6	.9	.7	.4	.6	.8	.9

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
$\underset{\sim}{D}$ =	.5	.9	.7	.4	.5	.6	.9	.5	.3	.8

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
$\underset{\sim}{E}$ =	1	.4	.6	.8	.7	.4	.6	.7	1	.5

En el supuesto de adoptar como criterio el derivado de la distancia de Hamming, se tendría:

$$\eta\ (D_{10}\ ,\ A) = \frac{1}{10}\ (|1\ -.7| + |1\ -.8| + |1\ -.4| + |1\ -.9| + |1\ -.8| + |1\ -.5| + |1\ -.6| + |1\ -.6| + |1\ -.7| + |1\ -.6| = \frac{1}{10}\ (0.3 + 0.2 + 0.6 + 0.1 + 0.2 + 0.5 + 0.4 + 0.4 + 0.3 + 0.4) = \frac{3.4}{10} = 0.34$$

$$\eta\ (D_{10}, B) = \frac{1}{10}\ (0.6 + 0.1 + 0.4 + 0.3 + 0.8 + 0.1 + 0.3 + 0.2 + 0.4 + 0.6) = \frac{3.8}{10} = 0.38$$

$$\eta\ (D_{10}\ , C) = \frac{1}{10}\ (0.2 + 0 + 0.1 + 0.4 + 0.1 + 0.3 + 0.6 + 0.4 + 0.2 + 0.1) = \frac{2.4}{10} = 0.24$$

$$\eta\ (D_{10}\ , D) = \frac{1}{10}\ (0.5 + 0.1 + 0.3 + 0.6 + 0.5 + 0.4 + 0.1 + 0.5 + 0.7 + 0.2) = \frac{3.9}{10} = 0.39$$

$$\eta\ (D_{10}\ , E) = \frac{1}{10}\ (0 + 0.6 + 0.4 + 0.2 + 0.3 + 0.6 + 0.4 + 0.3 + 0 + 0.5) = \frac{3.3}{10} = 0.33$$

Aparece un nuevo orden de preferencia desde la menor a la mayor de las distancias:

$$\eta\ (D_{10}\ , C) < \eta\ (D_{10}\ , E) < \eta\ (D_{10}, A) < \eta\ (D_{10}, B) < \eta\ (D_{10}\ , D)$$

Al pasar a la utilización del coeficiente de adecuación se observa que el resultado coincide con el que acabamos de obtener, a condición de tener en cuenta que el orden de prelación se establece, ahora, eligiendo, en primer lugar, el mayor de los coeficientes y sucesivamente los valores más grandes que van quedando.

Pasamos, a continuación, a realizar los correspondientes cálculos para el deportista A.

$$\lambda\ (A \rightarrow D_{10}) = \frac{1}{10}\ (0.7 + 0.8 + 0.4 + 0.9 + 0.8 + 0.5 + 0.6 + 0.6 + 0.7 + 0.6) = \frac{6.6}{10} = 0.66$$

Nos limitamos a presentar los resultados para los demás deportistas.

$$\lambda\ (B \rightarrow D_{10}) = 0.62, \qquad \lambda\ (C \rightarrow D_{10}) = 0.76$$

$$\lambda\,(D \rightarrow D_{10}) = 0.61, \qquad \lambda\,(E \rightarrow D_{10}) = 0.67$$

En efecto, no sólo el orden de preferencia es el mismo sino que los valores hallados son el complemento a la unidad de los obtenidos con el empleo de la distancia de Hamming.

$$\lambda\,(C \rightarrow D_{10}) > \lambda\,(E \rightarrow D_{10}) > \lambda\,(A \rightarrow D_{10}) > \lambda\,(B \rightarrow D_{10}) > \lambda\,(D \rightarrow D_{10})$$

Ponemos de manifiesto, una vez más, la posibilidad inmediata de generalizar ambos esquemas, introduciendo el supuesto de la distinta importancia que puede adquirir, para el puesto en el equipo estudiado, cada una de las características, cualidades o singularidades.

Índice de máximo y mínimo nivel

Hemos señalado en múltiples ocasiones que la noción de “distancia” comporta de manera implícita el hecho de que cualquier diferencia entre dos magnitudes objeto de comparación, sea en el sentido que sea, debe ser considerada positiva. De ahí que en la obtención de la “distancia de Hamming” se tengan en cuenta aquellas en valor absoluto. En el problema que estamos estudiando, esto comporta que para cada característica requerida en una posición del equipo, tanto si el nivel que posee el deportista candidato no llega al nivel ideal como si lo sobrepasa, resulta igualmente menos valorado.

En la práctica habitual, no siempre los expertos se hallan conformes en aceptar que, para <u>todas</u> las características, el excedente de capacidad del deportista sobre el nivel exigido deba ser penalizado (distancia de Hamming). Se nos ha insistido reiteradamente que, en efecto, los técnicos consideran necesario establecer para algunas características una penalización cuando el nivel ideal es sobrepasado, pero, en cambio, para otras, resulta imperativo considerar <u>tan bueno</u> si se llega a dicho nivel como si se sobrepasa. Cuando esta hipótesis es adoptada para <u>todas</u> las características puede ser utilizado, como acabamos de ver, el llamado “coeficiente de adecuación” sin que ello provoque reticencia alguna.

Pero hasta aquí, no hemos presentado elemento técnico alguno para el caso, ahora planteado, en el que para la descripción de una misma posición en el equipo se dieran las dos circunstancias. En otras palabras: cuando para un mismo subconjunto borroso se deben establecer las dos hipótesis, en características evidentemente distintas.

Esta necesidad nos ha estimulado para estudiar la creación de un nuevo índice que, sin duda, se adapta mejor a la realidad descrita.

Como es nuestra costumbre, vamos a partir de la existencia de un subconjunto borroso del referencial de las características, cualidades y singularidades, x_i, i = 1, 2, …, m, como descriptor del "jugador ideal" para un puesto en el equipo. Lo designaremos así:

	x_1	x_2	x_3		x_m
$I =$	$\mu_I(x_1)$	$\mu_I(x_2)$	$\mu_I(x_3)$	…	$\mu_I(x_m)$

Por otra parte se dispone de un grupo de **l** deportistas candidatos a ocupar la citada posición o puesto. Recabadas las pertinentes informaciones y realizadas las correspondientes pruebas, se describe cada "jugador real" también mediante un subconjunto borroso del mismo referencial. Si l = 1, 2, …, n, se tendrá:

	x_1	x_2	x_3		x_m
$P_l =$	$\mu_{P_l}(x_1)$	$\mu_{P_l}(x_2)$	$\mu_{P_l}(x_3)$	…	$\mu_{P_l}(x_m)$

l = 1, 2, …, n

Nuestro objetivo consiste, ahora, en establecer un orden de preferencia entre los **l** deportistas, siempre teniendo en cuenta el "ideal" establecido. De conformidad con nuestras premisas, procede, en primer lugar, que los expertos decidan, por su naturaleza, cuáles de las x_i, i = 1, 2, …, m cualidades, características o singularidades deben ser penalizadas cuando el nivel que posee el candidato supera al exigido en el perfil ideal (de la misma manera que se hace cuando no se llega a este nivel). Supongamos que de las **m** cualidades, características o singularidades, u = a, b, …, r, precisan estos requisitos. Es evidente que **a**, **b**, …, **r** pueden tomar cualesquiera valores desde 1 hasta **m**.

Para el resto de cualidades, características y singularidades v = c, d, …, s (Car.u + Card . v = m), resulta que cuando un deportista no llega al nivel exigido en el perfil ideal es penalizado. En cambio, cuando sobrepasa este nivel no sufre penalización alguna, pero tampoco es premiado (resulta indiferente poseer justo el nivel o estar sobrado). En ambos casos la calificación es máxima. Asimismo resulta obvio que c, d, … s pueden ser sustituidos por cualesquiera valores entre 1 y m.

En el primer grupo de elementos del referencial, la utilización de una "distancia" resulta adecuada si se tienen en cuenta los requisitos enumerados en un epígrafe anterior.

En aras de una mayor sencillez y aplicabilidad hemos elegido la distancia relativa de Hamming, que, en nuestro caso, adoptará la forma:

$$\delta\,(I, P_l) = \frac{1}{Card.u}\sum_{u=a}^{r} \left|\mu_I\,(x_u) - \mu_{P_l}\,(x_u)\right|$$

En el segundo grupo de elementos del referencial ya no es factible el empleo de una cualquiera de las nociones de distancia. Para solventar esta dificultad, proponemos el empleo del siguiente índice de alejamiento del perfil ideal:

$$\varsigma\left(I, P_l\right) = \frac{1}{Card.v}\sum_{v=c}^{s}\left[o \vee \left(\mu_I\left(x_v\right) - \mu_{P_l}\left(x_v\right)\right)\right]$$

Llegamos, finalmente, a una expresión que, de alguna manera, constituye una agregación, en la cual se tienen en cuenta tanto las cualidades, características o singularidades para las que se penaliza el exceso sobre el nivel del perfil ideal, como aquellas en las cuales esta sobrefacultad no molesta ni beneficia. Proponemos la siguiente:

$$\begin{aligned}\sigma\left(I,\ P_l\right) &= \frac{1}{2}\left(\delta\left(I,\ P_l\right) + \varsigma\left(I,\ P_l\right)\right)\\ &= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{Card.u}\sum_{u=a}^{r}\left|\mu_I(x_u) - \mu_{P_l}(x_u)\right| + \frac{1}{Card.v}\sum_{v=c}^{s}\left[o \vee \left(\mu_I(x_v) - \mu_{P_l}(x_v)\right)\right]\right)\end{aligned}$$

$$Card.u + Card.v = m$$

$$l = 1, 2, \ldots, n$$

Tanto el valor de $\delta\,(I, P_l)$ cómo el de $\zeta\,(I, P_l)$ se hallan ambos en el segmento [0, 1]. Con objeto de que también el índice $\sigma\,(I, P_l)$ permanezca siempre en él, se ha considerado conveniente obtener su semisuma. Hemos llamado a $\sigma\,(I, P_l)$ "índice del máximo y mínimo nivel".

Con objeto de consolidar estas ideas pasamos a desarrollar un supuesto didáctico.

Esta vez vamos a partir del supuesto de que un club de fútbol desea obtener los servicios de un deportista para ocupar una posición extremo izquierdo. En el argot habitual se le acostumbra a designar con el número 11. El subconjunto borroso que describe el perfil ideal para esta posición será representado por D_{11}.

El cuerpo técnico de la entidad considera que las características, cualidades o singularidades necesarias para describir esta posición, así como los niveles considerados óptimos permiten describir al jugador ideal mediante el siguiente subconjunto borroso:

	Velocidad	Precisión	Facilidad de regate	Fuerza Física	Potencia de disparo	Contundencia defensiva	Agilidad mental	Acierto de cara a gol	Agresividad en ataque	Espectacularidad
D_{11} =	.5	1	.8	1	.3	1	.9	1	.7	.7

Una vez obtenida esta información, se procede a preguntar al equipo técnico, cuáles de las 10 características, cualidades o singularidades no conviene que el nivel exigido sea sobrepasado y por tanto debe tener lugar una penalización cuando esto suceda.

Si la respuesta es: Velocidad, Facilidad de Regate, Fuerza Física, Contundencia Defensiva, Agresividad en Ataque y Espectacularidad, para estas cualidades, características o singularidades utilizaremos la expresión:

$$\delta(\mathrm{I},\ \mathrm{P}_1) = \frac{1}{Card.u} \sum_{u=a}^{r} \left| \mu_{\mathrm{I}}(\mathrm{x}_\mathrm{u}) - \mu_{\mathrm{P}_1}(\mathrm{x}_\mathrm{u}) \right|$$

Si a la pregunta relativa a las características cuyas valuaciones del jugador no importa que sobrepasen los niveles exigidos (en cuyo caso no deben ser penalizados), obtenemos como respuesta: Precisión, Potencia de Disparo, Agilidad Mental y Acierto de Cara a Gol, aplicaremos la fórmula:

$$\varsigma\left(\mathrm{I},\mathrm{P}_1\right) = \frac{1}{\mathrm{Card.v}} \sum_{\mathrm{v=c}}^{\mathrm{s}} \left[0 \vee \left(\mu_{\mathrm{I}}\left(\mathrm{x}_\mathrm{v}\right) - \mu_{\mathrm{P}_1}\left(\mathrm{x}_\mathrm{v}\right) \right) \right]$$

En este caso se dispone de 5 candidatos que son K, L, M, N y O. Como ya sabemos una vez realizadas las correspondientes pruebas y averiguaciones es posible describir a cada jugador mediante un subconjunto borroso. Se tendrán entonces los siguientes:

	Ve	Pr	FR	FF	PD	CD	AM	AG	AA	Esp
K =	.7	.8	.4	.9	.8	.5	.6	.6	.7	.6

	Ve	Pr	FR	FF	PD	CD	AM	AG	AA	Esp
L =	.4	.9	.6	.7	.2	.9	.7	.8	.6	.4

	Ve	Pr	FR	FF	PD	CD	AM	AG	AA	Esp
M =	.8	1	.9	.6	.9	.7	.4	.6	.8	.9

	Ve	Pr	FR	FF	PD	CD	AM	AG	AA	Esp
N =	.5	.9	.7	.4	.5	.6	.9	.5	.3	.8

	Ve	Pr	FR	FF	PD	CD	AM	AG	AA	Esp
O =	1	.4	.6	.8	.7	.4	.6	.7	1	.5

Empezaremos calculando δ (D_{11}, K), penalizando las cualidades, características y singularidades: Velocidad, Facilidad de Regate, Fuerza Física, Contundencia Defensiva, Agresividad en Ataque y Espectacularidad, cuando este deportista sobrepasa el nivel fijado como ideal.

Se halla:

$\delta_{Ve}(D_{11}, K) = |.5 - .7| = .2$

$\delta_{FR}(D_{11}, K) = |.8 - .4| = .4$

$\delta_{FF}(D_{11}, K) = |1 - .9| = .1$

$\delta_{CD}(D_{11}, K) = |1 - .5| = .5$

$\delta_{AA}(D_{11}, K) = |.7 - .7| = 0$

$\delta_{Esp}(D_{11}, K) = |.7 - .6| = .1$

Continuamos con el cálculo de ρ (D_{11}, K) considerando la mayor apreciación cuando los niveles del jugador relativos a <u>Precisión</u>, <u>Potencia de Disparo</u>, <u>Agilidad Mental</u> y <u>Acierto de Cara a Gol</u>, alcanzan o sobrepasan el nivel ideal, por tanto:

$\rho_{Pr}(D_{11}, K) = 0 \vee (1 - .8) = .2$

$\rho_{PD}(D_{11}, K) = 0 \vee (.3 - .8) = 0$

$\rho_{AM}(D_{11}, K) = 0 \vee (.9 - 06) = .3$

$\rho_{AG}(D_{11}, K) = 0 \vee (1 - .6) = .4$

Una vez realizados los correspondientes cálculos se obtiene como Índice de Máximo y Mínimo Nivel:

$\sigma(D_{11}, K) = 1/10\,(.2 + .2 + .4 + .1 + 0 + .5 + .3 + .4 + 0 + .1) = .22$

Proporcionamos los resultados relativos a los deportistas P_2, P_3, P_4 y P_5. Son:

$\sigma(D_{11}, L) = 1/10\,(.1 + .1 + .2 + .3 + .1 + .1 + .2 + .2 + .1 + .3) = .17$

$\sigma(D_{11}, M) = 1/10\,(.3 + 0 + .1 + .4 + 0 + .3 + .5 + .4 + .1 + .2) = .23$

$\sigma(D_{11}, N) = 1/10\,(0 + .1 + .1 + .6 + 0 + .4 + 0 + .5 + .4 + .1) = .22$

$\sigma(D_{11}, O) = 1/10\,(.5 + .6 + .2 + .2 + 0 + .6 + .3 + .3 + .3 + .2) = .32$

En definitiva, según los Índices de Máximo y Mínimo Nivel, el candidato que más se acerca al ideal será L (con .17), seguido por K y N (ambos con .22), por M (con .23) y finalmente O (con .32).

Una vez ilustrado este esquema teórico con la anterior aplicación, nos permitimos realizar unas consideraciones a modo de conclusión.

Creemos que de una manera sencilla hemos abierto un camino para dar solución a un problema que la práctica del deporte reclamaba con insistencia. No se trata, evidentemente, de la panacea capaz de albergar la totalidad de las situaciones que las complejas realidades actuales plantean. Sin embargo, sí puede proporcionar una eficaz ayuda para la decisión de un fichaje.

El índice, en si mismo, es nuevo, aunque no lo sean sus dos componentes. El uno, muy conocido. El otro, aunque no expuesto de la manera como hemos hecho nosotros, sí constituye una variante (en cierto modo una complementación) del llamado "coeficiente de adecuación".[14]

A primera vista puede parecer un poco forzado reunir en una misma fórmula sumandos procedentes de dos operadores distintos: diferencias en valores absolutos y diferencias aritméticas truncadas en los valores nulos. Nuestro pudor, en este sentido, se ha visto calmado por cuanto se trata, cualquiera de los casos, de diferencias. Pero sobre todo por nuestro deseo de encontrar un modesto instrumento de ayuda a las necesidades de la práctica deportiva. En definitiva, ¿qué espera la sociedad de sus universitarios, si no es su descenso de las torres de marfil en las que habitan, aunque para ello, tengan que llenarse las manos de barro? No estamos seguros de que éste sea nuestro caso. Pero si hemos incurrido en alguna imperfección teórica, vaya por delante nuestra anticipada muestra de sincero reconocimiento a la comprensión de los lectores.

Un caso específico: la adquisición de los servicios de un deportista polivalente

En las páginas anteriores, hemos estudiado los criterios a seguir cuando se trata de obtener un orden de prelación o de preferencia entre varios deportistas que optan a un puesto concreto y específico en un equipo. En todos nuestros ejemplos numéricos se ha hecho referencia a la posición D_{10}. El proceso seguiría siendo el mismo para todas aquellas posiciones que requieren unas características, cualidades o singularidades precisas.

Nos podemos preguntar, ahora, cuál puede ser el camino a seguir cuando lo que se espera del deportista es su mejor idoneidad para cubrir varias posiciones en el equipo, según las necesidades del técnico responsable de formar el equipo a lo largo de una o varias temporadas. Por ejemplo, un jugador de fútbol capaz de jugar en 3 posiciones: D_{10}, D_6 y D_7. Se trataría del caso de un "jugador comodín"[15] tan apetecido por algunos entrenadores.

La solución a este problema puede venir desde perspectivas diferentes. Hemos escogido dos de ellas que permiten, así lo creemos, interesantes conclusiones. En uno de los caminos es posible tanto la utilización de la distancia de Hamming como del coeficiente de adecuación. En el otro, el empleo de la noción de distancia plantea ciertas reticencias. Pasamos a su descripción general, para recurrir, después, a ejemplos numéricos.

La representación por descripción de todas las posiciones.

Se trata, en el esquema que a continuación proponemos, de establecer un "perfil ideal" del deportista buscado, el cual debe recoger todos los perfiles relativos a cada una de las posiciones que debe ocupar en el equipo. Es como si existiera una sola posición comprensiva de todas las "tareas" a realizar en el equipo.

La descripción de este "múltiple puesto" puede ser presentada mediante un subconjunto borroso único, resultado de unir los subconjuntos borrosos de las distintas posiciones a ocupar.

Veamos la forma que adquiere este subconjunto borroso desde una perspectiva general.

Sean las posibles posiciones a ocupar por el deportista:

$$h = 1, 2, ..., z$$

Se tendrán los z subconjuntos borrosos siguientes, descriptores de cada una de las posiciones:

$$\underset{\sim}{D}_h = \begin{array}{|c|c|c|} \multicolumn{1}{c}{C_1} & \multicolumn{1}{c}{C_2} & \multicolumn{1}{c}{C_3} \\ \hline \mu_1^{\,h} & \mu_2^{\,h} & \mu_3^{\,h} \\ \hline \end{array} \;\cdots\; \begin{array}{|c|c|} \multicolumn{1}{c}{C_{n-1}} & \multicolumn{1}{c}{C_n} \\ \hline \mu_{n-1}^{\,h} & \mu_n^{\,h} \\ \hline \end{array}$$

$$h = 1, 2, ..., z$$

h = 1, 2, ..., z

La agrupación de todos ellos en un solo subconjunto borroso tomará la siguiente forma:

$$\begin{array}{l} \underset{\sim}{D}_{1,2,...,z} = \begin{array}{|c|c|} \multicolumn{1}{c}{C_1} & \multicolumn{1}{c}{C_2} \\ \hline \mu_1^1 & \mu_2^1 \\ \hline \end{array} \cdots \begin{array}{|c|c|c|} \multicolumn{1}{c}{C_n} & \multicolumn{1}{c}{C_1} & \multicolumn{1}{c}{C_2} \\ \hline \mu_n^1 & \mu_1^2 & \mu_2^2 \\ \hline \end{array} \cdots \begin{array}{|c|c|c|} \multicolumn{1}{c}{C_n} & \multicolumn{1}{c}{C_1} & \multicolumn{1}{c}{C_2} \\ \hline \mu_n^2 & \mu_1^3 & \mu_2^3 \\ \hline \end{array} \cdots \begin{array}{|c|} \multicolumn{1}{c}{C_n} \\ \hline \mu_n^3 \\ \hline \end{array} \\ \cdots \begin{array}{|c|c|} \multicolumn{1}{c}{C_1} & \multicolumn{1}{c}{C_2} \\ \hline \mu_1^4 & \mu_2^4 \\ \hline \end{array} \cdots \begin{array}{|c|} \multicolumn{1}{c}{C_n} \\ \hline \mu_n^4 \\ \hline \end{array} \cdots \begin{array}{|c|c|} \multicolumn{1}{c}{C_1} & \multicolumn{1}{c}{C_2} \\ \hline \mu_1^{z-1} & \mu_2^{z-1} \\ \hline \end{array} \cdots \begin{array}{|c|c|c|} \multicolumn{1}{c}{C_n} & \multicolumn{1}{c}{C_1} & \multicolumn{1}{c}{C_2} \\ \hline \mu_n^{z-1} & \mu_1^z & \mu_2^z \\ \hline \end{array} \end{array}$$

Este subconjunto borroso $D_{1,\ 2,\ ...,\ z}$ representa el “perfil ideal” del deportista polivalente.

Si, como hemos hecho hasta ahora, el número de deportistas candidatos es j = 1, 2, ..., m, se construirá un subconjunto borroso $P_j^{(p)}$ para cada uno de ellos, repitiendo z veces el subconjunto borroso P_j que describe sus características, cualidades o singularidades. Resultarán, entonces, j subconjuntos borrosos, tales como:

$$\underset{\sim}{P}_j^{(p)} = \underbrace{\begin{array}{|c|c|} \multicolumn{1}{c}{C_1} & \multicolumn{1}{c}{C_2} \\ \hline \mu_1^{(j)} & \mu_2^{(j)} \\ \hline \end{array} \cdots \begin{array}{|c|} \multicolumn{1}{c}{C_n} \\ \hline \mu_n^{(j)} \\ \hline \end{array}}_{1} \underbrace{\begin{array}{|c|c|} \multicolumn{1}{c}{C_1} & \multicolumn{1}{c}{C_2} \\ \hline \mu_1^{(j)} & \mu_2^{(j)} \\ \hline \end{array} \cdots \begin{array}{|c|} \multicolumn{1}{c}{C_n} \\ \hline \mu_n^{(j)} \\ \hline \end{array}}_{2} \cdots \underbrace{\begin{array}{|c|c|} \multicolumn{1}{c}{C_1} & \multicolumn{1}{c}{C_2} \\ \hline \mu_1^{(j)} & \mu_2^{(j)} \\ \hline \end{array} \cdots \begin{array}{|c|} \multicolumn{1}{c}{C_n} \\ \hline \mu_n^{(j)} \\ \hline \end{array}}_{z}$$

para toda $j \in \{1, 2, ..., m\}$

La obtención de las m distancias relativas de Hamming:

$$\delta\,(D_{1,2,...,z}, P_j^{(p)}) \qquad , \qquad j = 1, 2, ..., m$$

proporciona el orden de preferencia entre los deportistas que optan al puesto en el equipo caracterizado por la polivalencia.

Pasamos a utilizar este esquema en nuestro ejemplo, para lo cual retomaremos el descriptor de la posición D_{10} al que añadiremos unos nuevos descriptores para las posiciones D_6 y D_7. Supongamos que se establecen tal como sigue, a partir del referencial:

$$C = \{a, b, c, ..., j\}$$

Para los perfiles ideales:

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
D_{10} =	.5	1	.8	1	.3	1	.9	1	.7	.7

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
D_6 =	.7	.9	.6	.8	.5	1	.8	1	.7	.7

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
D_7 =	.5	.9	.7	1	.4	.8	.7	1	.7	.7

Se halla, a continuación, un sólo subconjunto borroso, resultado de reunir los tres anteriores:

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	a	b	c	d	
$D_{6,7,10}$ =	.5	1	.8	1	.3	1	.9	1	.7	.7	.7	.9	.6	.8	...

	e	f	g	h	i	j	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
...	.5	1	.8	1	.7	.7	.5	.9	.7	1	.4	.8	.7	1	.7	.7

Si, a efectos exclusivamente didácticos, se supone que los deportistas susceptibles de ser incorporados al equipo son los ya conocidos en los epígrafes anteriores, A, B, C, D, E, con los perfiles establecidos y especificados, deberá procederse a la construcción de un nuevo subconjunto borroso para cada deportista, descriptor de sus características, cualidades y singularidades, repitiendo los anteriores subconjuntos borrosos, A, B, C, D, E, tantas veces como puestos deba ocupar en el equipo, que en nuestro caso son tres. Se designarán, respectivamente, mediante A_p, B_p, C_p, D_p, E_p. Serán:

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	a	b	c	d		
$A_p =$	.7	.8	.4	.9	.8	.5	.6	.6	.7	.6	.7	.8	.4	.9	...	
	e	f	g	h	i	j	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
...	.8	.5	.6	.6	.7	.6	.7	.8	.4	.9	.8	.5	.6	.6	.7	.6

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	a	b	c	d		
$B_p =$	.4	.9	.6	.7	.2	.9	.7	.8	.6	.4	.4	.9	.6	.7	...	
	e	f	g	h	i	j	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
...	.2	.9	.7	.8	.6	.4	.4	.9	.6	.7	.2	.9	.7	.8	.6	.4

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	a	b	c	d		
$C_p =$	.8	1	.9	.6	.9	.7	.4	.6	.8	.9	.8	1	.9	.6	...	
	e	f	g	h	i	j	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
...	.9	.7	.4	.6	.8	.9	.8	1	.9	.6	.9	.7	.4	.6	.8	.9

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	a	b	c	d		
$D_p =$	.5	.9	.7	.4	.5	.6	.9	.5	.3	.8	.5	.9	.7	.4	...	
	e	f	g	h	i	j	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
...	.5	.6	.9	.5	.3	.8	.5	.9	.7	.4	.5	.6	.9	.5	.3	.8

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	a	b	c	d		
$E_p =$	1	.4	.6	.8	.7	.4	.6	.7	1	.5	1	.4	.6	.8	...	
	e	f	g	h	i	j	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
...	.7	.4	.6	.7	1	.5	1	.4	.6	.8	.7	.4	.6	.7	1	.5

De esta manera, se actúa como si se tratara de una sola posición en el equipo, compuesta de tres (en general serían z) partes.

El proceso, a partir de ahora, sigue el mismo camino al realizado en los anteriores supuestos. Se hallan las distancias relativas entre el subconjunto borroso representativo del perfil ideal $D_{6,7,10}$ y los subconjuntos borrosos que describen la polivalencia de cada deportista A_p, B_p, C_p, D_p, E_p. Dejamos al lector los cálculos para pasar inmediatamente a los resultados. Son:

$$\delta\,(D_{6,\,7,\,10}, A_p) = \frac{6.6}{30} = 0.22 \qquad , \qquad \delta\,(D_{6,\,7,\,10}, B_p) = \frac{4.6}{30} = 0.15$$

$$\delta\,(D_{6,\,7,\,10},\, C_p) = \frac{8.0}{30} = 0.27 \qquad , \qquad \delta\,(D_{6,\,7,\,10},\, D_p) = \frac{6.7}{30} = 0.22$$

$$\delta\,(D_{6,\,7,\,10},\, E_p) = \frac{9.1}{30} = 0.30$$

Se obtiene, así, el orden de preferencia siguiente:

$$B,\ A \cong D,\ C,\ E$$

Resultado sensiblemente parecido al hallado en el primero de los esquemas presentados, aunque con particulares matices al reunir los deportistas A y D en un grupo con prácticamente indiferencia. Pasemos, a continuación, al segundo de los caminos propuestos.

La incentivación del mayor nivel de las propiedades del deportista.

Es posible, también, emprender un nuevo camino para la solución del problema de la polivalencia. La base de éste ese halla en la construcción de un subconjunto borroso que describa al deportista polivalente ideal, en el cual, teniendo en cuenta los perfiles ideales de <u>cada</u> una de las posiciones que deberá ocupar, se toma para cada característica, cualidad o singularidad del nuevo perfil, el mayor nivel entre los fijados en los perfiles de cada puesto o posición.

Esta nueva vía resulta muy cómoda a efectos de cálculo pero en cambio plantea una cierta incongruencia con una de las hipótesis de partida inherente al concepto de distancia. En efecto, la noción de distancia comporta una penalización tanto en cuanto no se llega al nivel ideal como cuando se sobrepasa este nivel considerado ideal. Pues bien, en el nuevo perfil resuntivo de todos los perfiles de los diferentes puestos del equipo, se acepta como bueno el superior nivel que va desde el ideal de una posición al ideal "mayor" entre todas las posiciones. Vamos a explicar este importante aspecto con mayor detalle.

Supongamos una "propiedad" exigida en varias posiciones del equipo, por ejemplo la C_i. En cada una de las z posiciones se estimará como nivel ideal:

$$\mu_i^1,\ \mu_i^2, ..., \mu_i^z$$

En este esquema, se considera como nivel de la cualidad C_i en el perfil ideal polivalente:

$$\mu_i^{max} = \mu_i^1 \cup \mu_i^2 \cup, ..., \cup \mu_i^z$$

en cuyo caso sólo se castigarían, con la utilización de distancias, los valores superiores a μ_i^{max} pero no cuando el nivel se halla entre los ideales de cada puesto y el ideal de la polivalencia, es decir, en los tramos:

$$\mu_i^{max} - \mu_i^1,\ \mu_i^{max} - \mu_i^2, ..., \mu_i^{max} - \mu_i^z$$

lo cual, teóricamente, perjudicaría el juego cuando el deportista ocupa el puesto 1 si $\mu_i^{max} - \mu_i^1 > 0$, cuando ocupa el puesto 2, si $\mu_i^{max} - \mu_i^2 > 0$, ... y así sucesivamente.

Por todo ello consideramos que este camino comporta el abandono de la noción de distancia y la conveniencia de utilizar el "coeficiente de adecuación".

Con esta premisa, vamos a iniciar este nuevo proceso con la obtención del perfil ideal polivalente, a partir de los z subconjuntos borrosos siguientes que describen las posiciones susceptibles de ser ocupadas por el deportista elegido.

	C_1	C_2	C_3		C_n
$D_h =$	μ_1^h	μ_2^h	μ_3^h	...	μ_n^h

$h = 1, 2, ..., z$

El "perfil ideal polivalente" será, en este caso:

	C_1	C_2	C_3		C_n
$D_{1, 2, ..., z} =$	μ_1^{max}	μ_2^{max}	μ_3^{max}	...	μ_n^{max}

Se dispone, para optar a esta plaza polivalente, de m deportistas, cuya descripción viene dada, como hemos hecho hasta ahora, por los subconjuntos borrosos:

	C_1	C_2	C_3		C_n
P_j =	$\mu_1^{(j)}$	$\mu_2^{(j)}$	$\mu_3^{(j)}$	...	$\mu_n^{(j)}$

$$j = 1, 2, ..., m$$

Con estas informaciones, la utilización del coeficiente de adecuación resulta inmediata, a partir de la fórmula conocida, que ahora toma la forma:

$$k\,(j \rightarrow d) = \frac{1}{n} . \sum_{i=1}^{n} \; [1 \wedge (1 \; \mu_i^{max} + \; \mu_i^{(j)}\,)]$$

$$j = P_1, P_2,..., P_m$$

Pasamos, finalmente, a un ejemplo a partir de las informaciones utilizadas anteriormente.

Se consideran de nuevo las tres posiciones D_{10}, D_6, D_7 con los respectivos perfiles ideales, que reproducimos para tenerlos a la vista:

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
D_{10} =	.5	1	.8	1	.3	1	.9	1	.7	.7

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
D_6 =	.7	.9	.6	.8	.5	1	.8	1	.7	.7

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
D_7 =	.5	.9	.7	1	.4	.8	.7	1	.7	.7

El perfil ideal polivalente es, ahora:

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
$D_{6,7,10}$ =	.7	1	.8	1	.5	1	.9	1	.7	.7

Los perfiles de cada uno de los 5 deportistas susceptibles de ocupar la plaza polivalente vienen dados por los subconjuntos borrosos que también reproducimos:

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
A =	.7	.8	.4	.9	.8	.5	.6	.6	.7	.6

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
B =	.4	.9	.6	.7	.2	.9	.7	.8	.6	.4

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
C =	.8	1	.9	.6	.9	.7	.4	.6	.8	.9

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
D =	.5	.9	.7	.4	.5	.6	.9	.5	.3	.8

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
E =	1	.4	.6	.8	.7	.4	.6	.7	1	.5

Con estas informaciones se obtienen los siguientes coeficientes de adecuación:

$$k\ (A \rightarrow D_{6,\,7,\,10}) = 1/10\ (1+0.8+0.6+0.9+1+0.5+0.7+0.6+1+0.9) = \frac{8}{10} = 0.80$$

$$k\ (B \rightarrow D_{6,\,7,\,10}) = 1/10\ (0.7+0.9+0.8+0.7+0.7+0.9+0.8+0.8+0.9+0.7) = \frac{7.9}{10} = 0.79$$

$$k\ (C \rightarrow D_{6,\,7,\,10}) = 1/10\ (1+1+1+0.6+1+0.7+0.5+0.6+1+1) = \frac{8.4}{10} = 0.84$$

$$k\ (D \rightarrow D_{6,\,7,\,10}) = 1/10\ (0.8+0.9+0.9+0.4+1+0.6+1+0.5+0.6+1) = \frac{7.7}{10} = 0.77$$

$$k\ (E \rightarrow D_{6,\,7,\,10}) = 1/10\ (1+0.4+0.8+0.8+1+0.4+0.7+0.7+1+0.8) = \frac{7.6}{10} = 0.76$$

El orden, al considerar las hipótesis aceptadas en esta ocasión, es

$$k\ (C \rightarrow D_{6,\,7,\,10}) > k\ (A \rightarrow D_{6,\,7,\,10}) > k\ (B \rightarrow D_{6,\,7,\,10}) > k\ (D \rightarrow D_{6,\,7,\,10}) > k\ (E \rightarrow D_{6,\,7,\,10})$$

Se observa, una vez más, que las prioridades no son las mismas, evidentemente, por cuanto hemos partido de supuestos distintos, los cuales provocan apreciaciones no negativas entre ciertos niveles, lo cual no ocurría al utilizar la noción de distancia como base de los cálculos.

Consideraciones finales

Creemos que todo cuanto ha sido expuesto hasta ahora permite una amplia visión, desde diversas perspectivas, del problema de la selección de un deportista a partir de las características, cualidades o singularidades deseadas para la realización de su actividad, una vez incorporado en el equipo.

No se trata, resulta casi innecesario decirlo, de un trabajo cerrado, sino más bien todo lo contrario. Constituye el inicio de un camino que se nos antoja puede resultar altamente fructífero, sobre todo como consecuencia de la incorporación de la "matización" representada por la gradación en los niveles de exigencia o cumplimiento, al o por el deportista, de cada una de las características, cualidades o singularidades propias a las actividades que se pretenden desarrollar.

Las dos situaciones descritas, la demanda del deportista "especialista" y la del deportista "polivalente", sólo son una muestra de una gran variedad de posibles demandas por parte de los responsables deportivos de un equipo. Pero creemos que los instrumentos desarrollados son suficientemente flexibles y adaptables para cubrir cuantas necesidades o deseos puedan ser planteados.

Debemos manifestar, también, que las técnicas utilizadas hasta ahora no son las únicas disponibles para abordar el problema de la selección de un deportista. Por el contrario, existe toda una bien provista caja de herramientas capaz de dar, incluso, una mayor libertad a los expertos encargados de facilitar las informaciones que constituirán la base de los posteriores cálculos. Estamos pensando, por ejemplo, en las valuaciones mediante intervalos de confianza.

Pero es que, además, los instrumentos de agregación de los que disponemos, tales como los subconjuntos aleatorios borrosos y los expertones, pueden constituir un buen soporte para iniciar procesos de objetivización de las informaciones, lo que constituye el ansiado anhelo de tantos investigadores, veneradores de la ciencia "oficial".

Finalmente, diremos que estos esquemas pueden servir de guía para abordar otro problema, cuya presencia es constante en la actividad deportiva. Nos referimos a la decisión de sustituir un deportista por otro, en plena realización del juego, cuando se dan ciertas circunstancias contrarias a los intereses del equipo propio. Dejamos este importante aspecto para un momento posterior.

Referencias

---

[1] Gil-Aluja, J. (1998). *The interactive management of human resources in uncertainty*. Kluwer Academics Publishers. Dordrecht, (versión española de Ed. Ceura).

[2] Gil-Lafuente, J. (1997). *Marketing para el nuevo milenio*. Madrid: Ed. Pirámide, pp. 258-270.

[3] Se puede consultar a este respecto la obra de Kaufmann, A. y Gil-Aluja, J. (1993). *Técnicas especiales para la gestión de expertos*. Santiago de Compostela, España: Ed. Milladoiro.

[4] Una valuación es una asignación numérica de carácter subjetivo. Se distingue de la medida, por cuanto ésta tiene carácter objetivo (por ejemplo el peso, la temperatura del cuerpo, el número de pulsaciones).

[5] En este ejemplo designaremos por letras minúsculas: a, b, c, ... las "propiedades" necesarias, que sustituirán a la nomenclatura general C_1, C_2, C_3, ... con objeto de evitar, en lo posible, el engorro de excesivos subíndices.

[6] Dado que se trata de un ejemplo muy simplificado, la mayor parte de cualidades, características o singularidades escogidas no coinciden con las anteriormente descritas, ya que en una de ellas se recogen varias de las detalladas en el epígrafe anterior.

[7] De nuevo prescindimos de la nomenclatura general para pasar a una más cómoda a efectos operativos. Se hace $P_1 = A$, $P_2 = B$, $P_3 = C$, $P_4 = D$, $P_5 = E$.

[8] Recordemos que el principio de la simultaneidad gradual fue enunciado por el profesor Gil-Aluja en los siguientes términos: una proposición puede ser a la vez verdadera y falsa a condición de asignar un grado a su verdad y un grado a su falsedad.

[9] El principio aristotélico (atribuido también a Crisípides) del tercio excluso dice: una proposición puede ser verdadera o falsa, pero no ambas cosas a la vez.

[10] Es posible obtener también las distancias existentes entre los deportistas entre sí. Es decir de P_1 con P_2, P_1 con P_3, ..., de P_{m-1} con P_m. No se trata aquí de este caso.

[11] Kaufmann, A. y Gil-Aluja, J. (1993). *Técnicas especiales para la gestión de los expertos*. Santiago de Compostela, España: Ed. Milladoiro, pp. 39-40.

[12] Kaufmann, A. y Gil-Aluja, J. (1986). *Introducción de la teoría de los subconjuntos borrosos a la gestión de las empresas*. Santiago de Compostela: Ed. Milladoiro, pp. 148-150.

[13] Este procedimiento de selección es susceptible de generalización al caso en el cual se desea dar una distinta importancia a cada una de las características, cualidades y singularidades. Basta, para ello, actuar como en las distancias, es decir asignando coeficientes en [0, 1] y realizar luego una ponderación convexa.

[14] Kaufmann, A. y Gil-Aluja, J (1986). *Introducción de la teoría de los subconjuntos borrosos a la gestión de las empresas*. Santiago de Compostela: Ed. Milladoiro, pp. 142-144.

[15] Este supuesto ha sido tratado desde una perspectiva general por Gil-Aluja, J. (1998). *The interactive management of human ressources in uncertainty*. Dordrecht: Kluwer Academia Publishers, pp. 32.34.

Bibliografia

Gil-Aluja, J. (1998). *The interactive management of human resources in uncertainty*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, (versión española de Ediciones Ceura).

Gil-Lafuente, J. (1997). *Marketing para el nuevo milenio*. Madrid: Ed. Pirámide.

Kaufmann, A. y Gil-Aluja, J. (1986). *Introducción de la teoría de los subconjuntos borrosos a la gestión de las empresas*. Santiago de Compostela, España: Ed. Milladoiro.

Kaufmann, A. y Gil-Aluja, J. (1993). *Técnicas especiales para la gestión de expertos*. Santiago de Compostela, España: Ed. Milladoiro.